

# MEDICIÓN E INSTRUMENTACIÓN

## SENSORES RESISTIVOS

Roberto Giovanni Ramírez-Chavarría

`RRamirezC@iingen.unam.mx`

Facultad de Ingeniería, UNAM

Semestre 2020-2

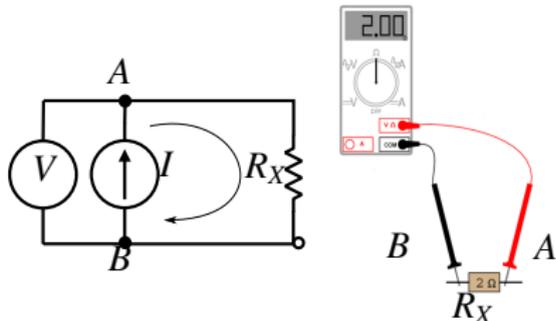


## Sensores Resistivos

- Varían su resistencia eléctrica en función de la variable a medir.
- Eléctricamente simples de analizar.
- Medición de temperatura, luz, humedad, posición, campo magnético, etc...
- Técnicas de medición de resistencia eléctrica?

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Medición a dos puntas Ohmetro Ideal (MULTÍMETRO)

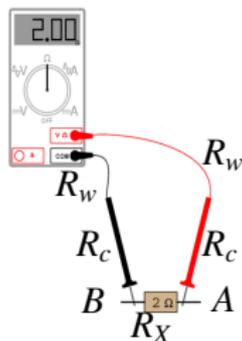
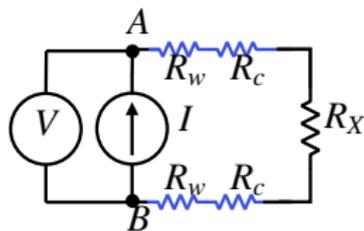


- Fuente de corriente  $I$ : Fluye por  $R_x$ 
  - Resistencia a medir  $R_x$
- Voltmetro  $V$ : Mide el voltaje en  $R_x$ 
  - Puntas  $A$  y  $B$

Con ley de Ohm  $R_x = V/I$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

**Medición a dos puntas** Ohmetro Real (MULTÍMETRO)  
Sin embargo, existen elementos que afectan la medición



- Resistencias de contacto  $R_c$
- Resistencias de los cables  $R_w$

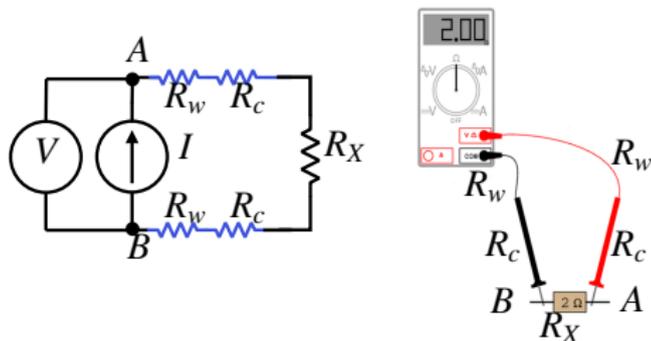
Forman una resistencia equivalente (están en serie)

$$R_{eq} = R_x + 2 \cdot R_c + 2 \cdot R_w$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Medición a dos puntas Ohmetro Real

Sin embargo, existen elementos que afectan la medición



Por lo que el voltaje medido es (ley de Ohm)

$$V = I \underbrace{(R_X + 2 \cdot R_C + 2 \cdot R_W)}_{R_{eq}}$$

En donde el error es  $\epsilon = 2 \cdot R_C + 2 \cdot R_W$ , ya que se está añadiendo a la variable de interés  $R_X$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Medición a dos puntas Ohmetro Real

$R_c$  y  $R_w$  son de valor bajo  $< 10\Omega$ , pero si  $R_x$  también lo es, el error  $\epsilon$  será grande.

#### Minimización del error

- 1 Antes de medir  $R_x$ , ponemos la puntas  $A$  y  $B$  en corto circuito (las juntamos) y medimos  $V_1$

$$V_1 = I(R_c + 2 \cdot R_w)$$

- 2 Colocamos a  $R_x$  en el circuito y medimos  $V_2$

$$V_2 = I(R_x + 2 \cdot R_c + 2 \cdot R_w)$$

- 3 Restamos

$$V_2 - V_1 = I(R_x + R_c)$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Medición a dos puntas Ohmetro Real

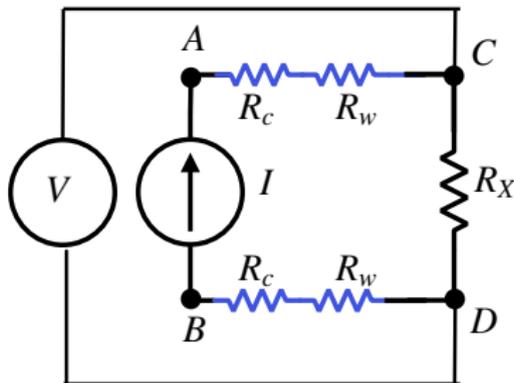
$$V_2 - V_1 = I(R_x + R_c)$$

Eliminamos la resistencia de los cables pero aún así queda la de contacto.

**EL MÉTODO DE 2 PUNTAS NO SIRVE CUANDO  
NECESITAMOS MEDIR RESISTENCIAS PEQUEÑAS  
(ALTA PRECISIÓN)**

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

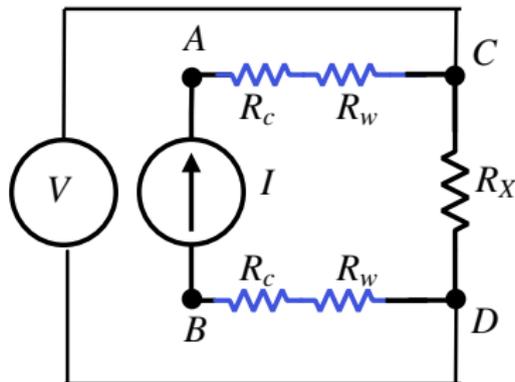
### Medición a cuatro puntas



- La corriente  $I$  se aplica por las puntas  $A$  y  $B$
- El voltaje en el resistor  $R_x$  se mide en las puntas  $C$  y  $D$ .

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Medición a cuatro puntas



- Únicamente se mide la caída de potencial en el resistor de interés.

$$V = IR_x$$



## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Medición a cuatro puntas

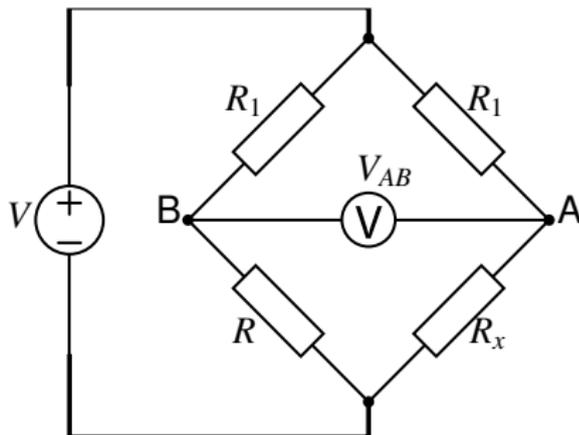
Permite medir resistencia de valor bajo o cuando se requiere alta precisión.

Muchos sensores resistivos varían su resistencia en décimas, centésimas o milésimas de ohms.

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone: Cuatros resistores en configuración puente

Implementación común del método de cuatro puntas



Entrada del puente:  $R_x$

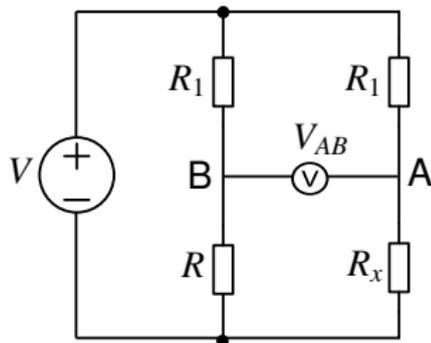
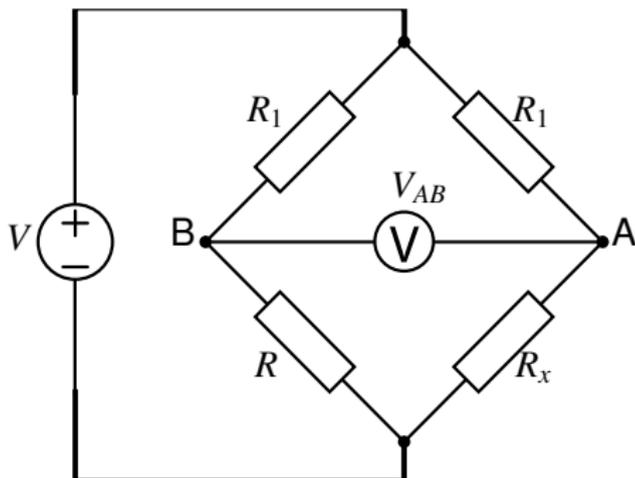
Salida del puente:  $V_{ab}$

$$R_x := f(V_{AB})$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

Figura izq. y der. son exactamente iguales (observalo!)



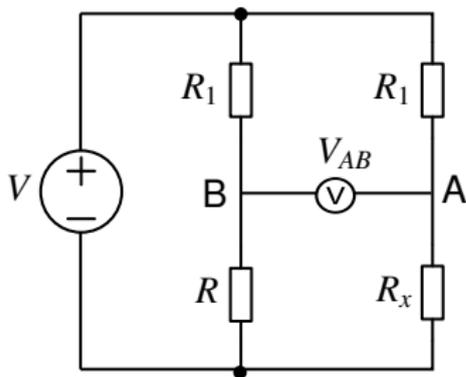
Debemos obtener una expresión para el voltaje  $V_{AB}$

# Sensores Resistivos

## - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

Paso 1: Calculamos un divisor de voltaje en B

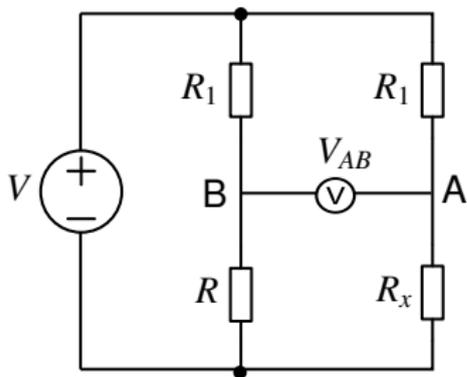


Calcular el voltaje  $V_{AB}$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

Paso 1: Calculamos un divisor de voltaje en B



$$V_B = V \left( \frac{R}{R_1 + R} \right)$$

Calcular el voltaje  $V_{AB}$

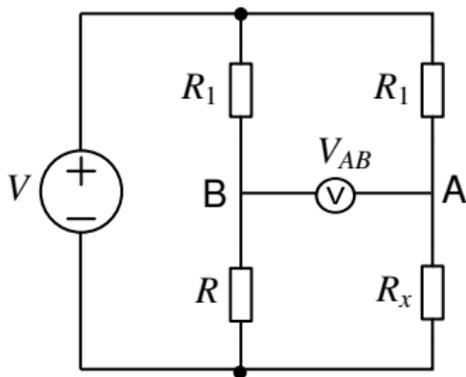
## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

Paso 1: Calculamos un divisor de voltaje en B

$$V_B = V \left( \frac{R}{R_1 + R} \right)$$

Paso 2: Calculamos un divisor de voltaje en A



Calcular el voltaje  $V_{AB}$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

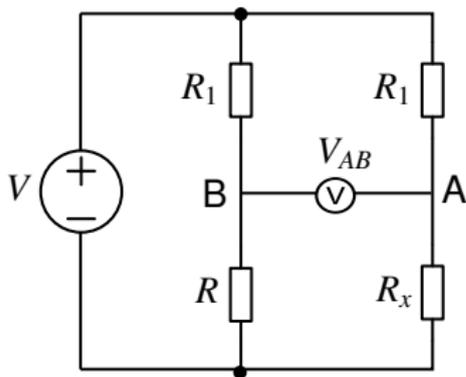
### Puente de Wheatstone-Análisis

Paso 1: Calculamos un divisor de voltaje en B

$$V_B = V \left( \frac{R}{R_1 + R} \right)$$

Paso 2: Calculamos un divisor de voltaje en A

$$V_A = V \left( \frac{R_x}{R_1 + R_x} \right)$$



Calcular el voltaje  $V_{AB}$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

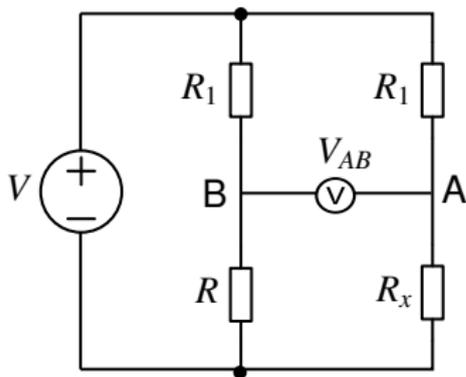
Paso 1: Calculamos un divisor de voltaje en B

$$V_B = V \left( \frac{R}{R_1 + R} \right)$$

Paso 2: Calculamos un divisor de voltaje en A

$$V_A = V \left( \frac{R_x}{R_1 + R_x} \right)$$

La diferencia es



Calcular el voltaje  $V_{AB}$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

Paso 1: Calculamos un divisor de voltaje en B

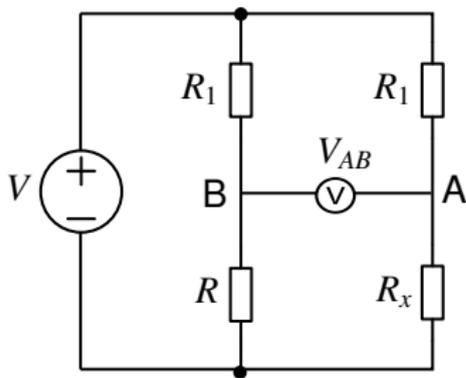
$$V_B = V \left( \frac{R}{R_1 + R} \right)$$

Paso 2: Calculamos un divisor de voltaje en A

$$V_A = V \left( \frac{R_x}{R_1 + R_x} \right)$$

La diferencia es

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_A - V_B \\ &= V \left( \frac{R_x}{R_1 + R_x} - \frac{R}{R_1 + R} \right) \end{aligned}$$



Calcular el voltaje  $V_{AB}$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

$$\begin{aligned}V_{AB} &= V_A - V_B \\&= V \left( \frac{R_x}{R_1 + R_x} - \frac{R}{R_1 + R} \right) \\&= V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right)\end{aligned}$$

El voltaje  $V_{AB}$  aumenta sí el valor de  $R_x$  de aumenta.

¿Qué pasa si  $R_x = R$ ?

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

$$\begin{aligned}V_{AB} &= V_A - V_B \\&= V \left( \frac{R_x}{R_1 + R_x} - \frac{R}{R_1 + R} \right) \\&= V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right)\end{aligned}$$

El voltaje  $V_{AB}$  aumenta sí el valor de  $R_x$  de aumenta.

¿Qué pasa si  $R_x = R$ ?

$$V_{AB} = 0$$

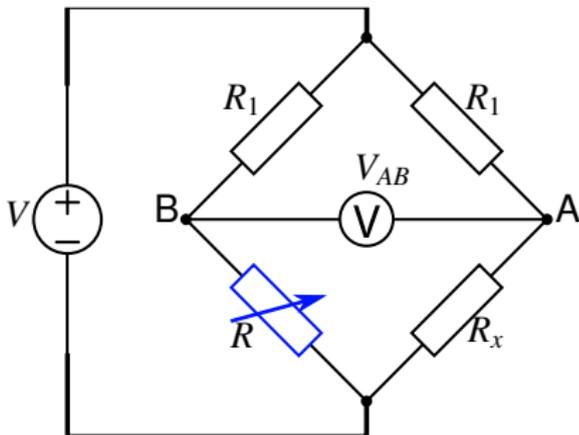
**Condición de EQUILIBRIO del puente**

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

#### Condición de EQUILIBRIO del puente

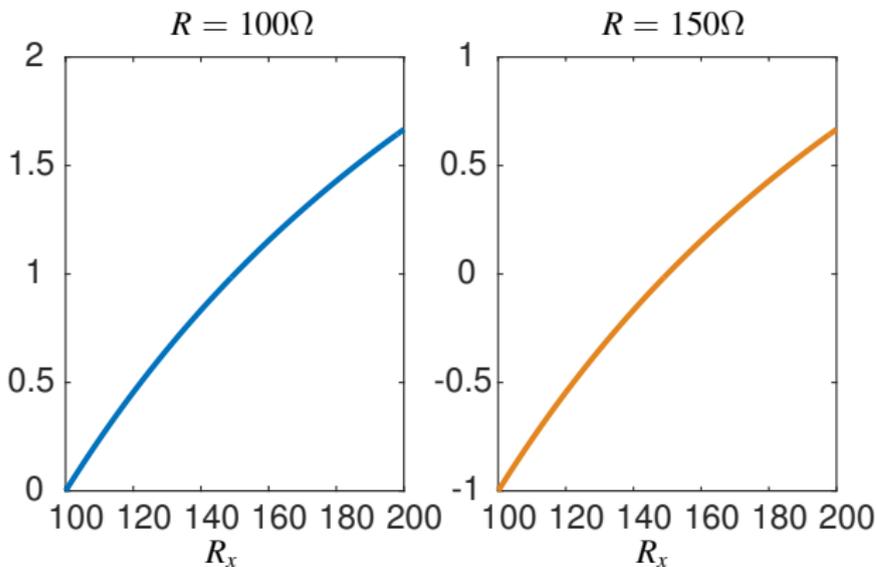
En la práctica la resistencia  $R$  del puente, se llama de compensación y es variable (potenciómetro).



## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

Veamos la curva de un Puente de Wheatstone (salida  $V_{ab}$  vs entrada  $R_x$ )

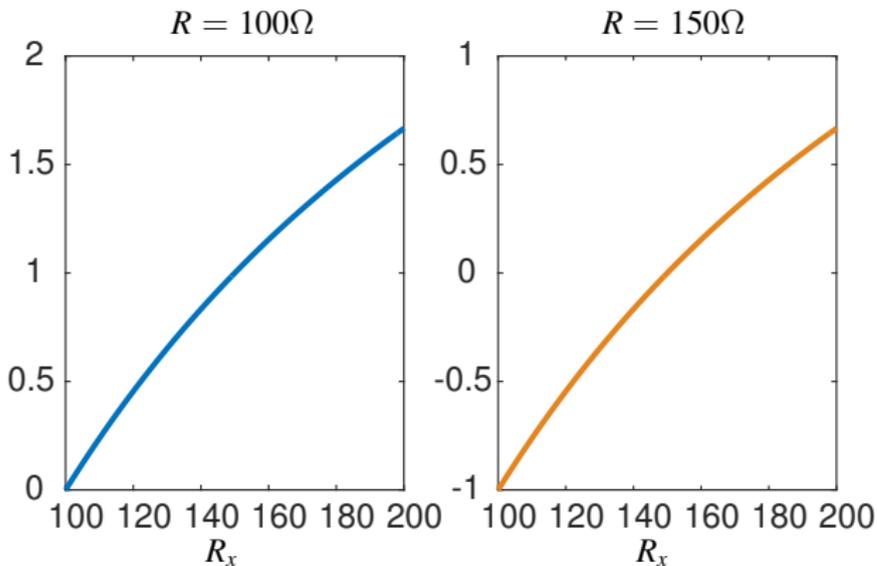
$$V_{AB} = V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right) \quad \forall R_x \in [100, 200]$$



## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

Izquierda  $R = 100\Omega$  y derecha  $R = 150\Omega$ : **Cambia la escala de salida!!!**

$$V_{AB} = V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right) \quad \forall R_x \in [100, 200]$$



## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

$$V_{AB} = V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right)$$

Es una función **NO LINEAL**. Para linealizar  $R_1 \gg R_x$

$$\begin{aligned} V_{AB-\text{lin}} &\approx V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1} \right) \\ &\approx V \left( \frac{R_x - R}{R_1 + R} \right) \end{aligned}$$

La sensibilidad (suponiendo  $R_1 \gg R$ ) es

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

$$V_{AB} = V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right)$$

Es una función **NO LINEAL**. Para linealizar  $R_1 \gg R_x$

$$\begin{aligned} V_{AB-\text{lin}} &\approx V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1} \right) \\ &\approx V \left( \frac{R_x - R}{R_1 + R} \right) \end{aligned}$$

La sensibilidad (suponiendo  $R_1 \gg R$ ) es

$$S = \frac{\partial V_{AB-\text{lin}}}{\partial R_x} = \frac{V}{R_1}$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Puente de Wheatstone-Análisis

La sensibilidad (suponiendo  $R1 \gg R$ ) es

$$S = \frac{\partial V_{AB-\text{lin}}}{\partial R_x} = \frac{V}{R1}$$

- La sensibilidad **AUMENTA** incrementando  $V$
- La sensibilidad **DISMINUYE** incrementando  $R1$

**\*\*Take Home Message:** Al diseñar un puente de Wheatstone se debe cuidar la selección de los parámetros  $R1$  y  $V$ , para linealizar y no perder sensibilidad.

Una mejor alternativa para linealizar es usando **MÍNIMOS CUADRADOS**

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre  $100$  y  $150\Omega$  usando un puente de Wheatstone alimentado con  $10$  V. Determine el voltaje de salida con  $R1 = 10K$ , tanto el real como el linealizado.

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre  $100$  y  $150\Omega$  usando un puente de Wheatstone alimentado con  $10$  V. Determine el voltaje de salida con  $R1 = 10K$ , tanto el real como el linealizado.

Eligiendo  $R = 100$  (equilibrio),

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre 100 y 150 $\Omega$  usando un puente de Wheatstone alimentado con 10 V. Determine el voltaje de salida con  $R_1 = 10K$ , tanto el real como el linealizado.

Eligiendo  $R = 100$  (equilibrio),

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right) = 10 \left( \frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 100}{10000 + R_x} \right) \\ &= 9.901 \left( \frac{R_x - 100}{10000 + R_x} \right) \end{aligned}$$

Evaluando los extremos del campo de medida

sí  $R_x = 100\Omega \rightarrow V_{AB} = 0V$

sí  $R_x = 150\Omega$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

### Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre  $100$  y  $150\Omega$  usando un puente de Wheatstone alimentado con  $10$  V. Determine el voltaje de salida con  $R_1 = 10K$ , tanto el real como el linealizado.

Eligiendo  $R = 100$  (equilibrio),

$$\begin{aligned}V_{AB} &= V \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right) = 10 \left( \frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 100}{10000 + R_x} \right) \\ &= 9.901 \left( \frac{R_x - 100}{10000 + R_x} \right)\end{aligned}$$

Evaluando los extremos del campo de medida

$$\text{sí } R_x = 100\Omega \rightarrow V_{AB} = 0V$$

$$\text{sí } R_x = 150\Omega \rightarrow V_{AB} = 48.77mV$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

Ejercicio (continuación)...

Linealizando ( $R_1 \gg R_x$ ),

$$\begin{aligned} V_{AB-\text{lin}} &= V \left( \frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 1000}{10000} \right) \\ &= 0.0009901 (R_x - 100) \end{aligned}$$

Evaluando los extremos del campo de medida

sí  $R_x = 100\Omega \rightarrow V_{AB-\text{lin}} = 0V$

sí  $R_x = 150\Omega$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

Ejercicio (continuación)...

Linealizando ( $R_1 \gg R_x$ ),

$$\begin{aligned} V_{AB-\text{lin}} &= V \left( \frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 1000}{10000} \right) \\ &= 0.0009901 (R_x - 100) \end{aligned}$$

Evaluando los extremos del campo de medida

$$\text{sí } R_x = 100\Omega \rightarrow V_{AB-\text{lin}} = 0V$$

$$\text{sí } R_x = 150\Omega \rightarrow V_{AB-\text{lin}} = 49.50mV$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

Ejercicio (continuación)...

El error de linealización, cuando  $R_x = 150\Omega$

$$\epsilon = \left| \frac{V_{AB} - V_{AB-\text{lin}}}{V_{AB}} \right| \times 100$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

Ejercicio (continuación)...

El error de linealización, cuando  $R_x = 150\Omega$

$$\epsilon = \left| \frac{V_{AB} - V_{AB-\text{lin}}}{V_{AB}} \right| \times 100$$

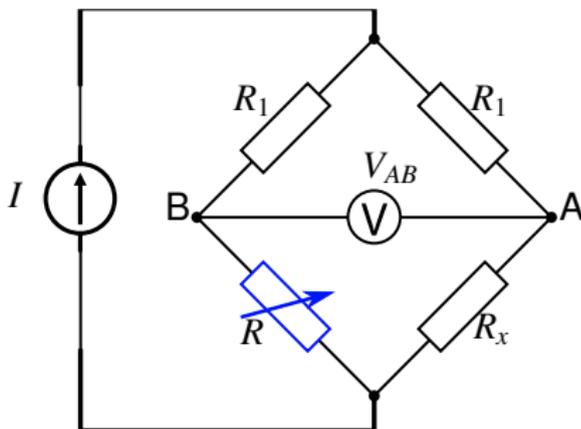
$$\epsilon = 1.5$$

También lo podemos calcular como

$$\epsilon = \frac{R_x}{R_1}$$

## Sensores Resistivos - Medición de Resistencia -

**Puente de Wheatstone**-Alimentado con fuente de corriente



### TAREA

Obtenga las expresiones del voltaje  $V_{AB}$  real y linealizada, de la sensibilidad y del error de linealidad.

Análisis completo del circuito

Gracias!

Contact:

<https://rgunam.github.io>

`RRamirezC@iingen.unam.mx`