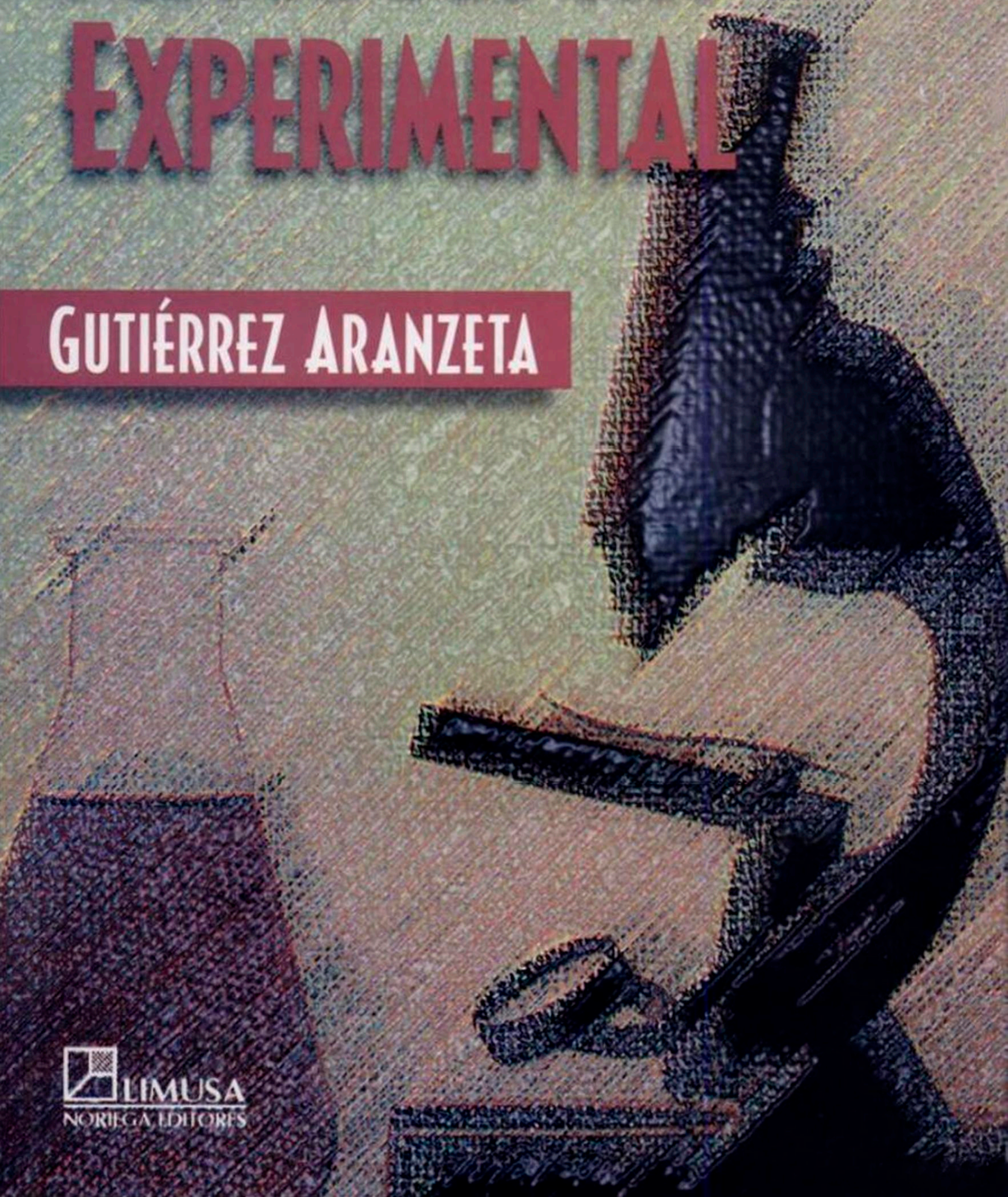
INTRODUCCIÓN A LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

2ª/ ed

GUTIÉRREZ ARANZETA



LIMUSA
NORIEGA EDITORES

Introducción a la

METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

COLECCIÓN METRONÓMICA

Serie Metrología Técnica

Introducción a la
METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Ing. Carlos Gutiérrez Aranzeta

Profesor titular de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional y del Colegio Indoamericano

SEGUNDA EDICIÓN

LIMUSA

NORIEGA EDITORES MÉXICO · España · Venezuela · Colombia

CANIEM NÚM. 121

SEGUNDA EDICIÓN
HECHO EN MÉXICO ISBN
968-18-5500-0

Agradecimientos

Como un sincero testimonio de gratitud, deseo expresar mis agradecimientos al lic. Luis Navarro Vaca por su valioso impulso para el desarrollo de este trabajo, a los ings. Marco A. Reyes Sánchez y Carlos Santana Morales por sus comentarios y ayuda recibida, al ing. arq. Ramón Flores Peña por las facilidades que me brindó, a la lic. Martha Elena Montemayor por la corrección de estilo, a la C. María Eliacer Solís por la transcripción del manuscrito, a la C. Silvia Terrez Salazar por el mecanografiado final.

Para esta segunda edición deseo agradecer a los C.C. profs. JuanAmérico González Meléndez, Rafael Mata Hernández, Víctor Serrano Domínguez, Gerardo Suárez, Alberto Tapia Dávila, Marco Antonio Salazar Berzunza y Julio Rafael Espinosa Ruiz por sus comentarios y sugerencia; al C. Edgar Vülarruel Ramírez por la elaboración de las figuras; a la lic. Alma Cazares Ruiz por su profesionalismo en la coordinación de esta nueva edición; a las autoridades del Instituto Politécnico Nacional por su apoyo, y a mi esposa e hijos por su tiempo y comprensión.

El autor

Contenido

Introducción

En la actualidad el trabajo en el laboratorio es una actividad compleja y refinada que sólo realizan con éxito quienes han tenido una formación sólida en métodos y mediciones experimentales.

Hay que considerar que como consecuencia de las exigencias de nuestra época el ingeniero y el científico tienen ante sí la responsabilidad de resolver numerosos problemas y que para optar por la mejor solución necesitan cuantificar las variables contenidas en el problema. Mientras mejor y más exactamente puedan medir, mejor y más exactamente podrán describir los fenómenos de la naturaleza, controlar un proceso, desarrollar nuevos productos o teorías.

Es obvio que para realizar mediciones confiables se deben tener sólidos conocimientos en técnicas de medición, instrumentación, técnicas de análisis de datos y del fenómeno o proceso que se está midiendo. Cuando se encuentran datos experimentales que no concuerdan con los datos esperados, primero se mira con escepticismo a los datos, luego a las teorías correspondientes, y se recurre al experimento a fin de verificar la validez de dichos datos. Para que los datos tengan máxima significación se debe precisar el grado de exactitud con que se les midió. Para lograr esto hay que conocer las limitaciones de los instrumentos que se empleen, así como los posibles errores que puedan ocurrir en la obtención de tales datos.

Durante su formación, el ingeniero y el científico deben conocer el manejo de técnicas estadísticas para poder analizar adecuadamente sus datos, yaque promedio de dichas técnicas es posible estimar los errores y las desviaciones en las medidas reales. También deben conocer los principios y las ideas que rigen el desarrollo y uso de la instrumentación, así como las técnicas experimentales que les permitan obtener mayor precisión en la medición de cantidades físicas y un control más efectivo de dichas cantidades en los procesos.

Es importante que en las investigaciones experimentales se cuente con una metodología previa que evite que los datos se recopilen al azar, o que algunos rasgos de operación no se investiguen con toda amplitud por no haberse recolectado en número suficiente. En otras palabras, siempre se debe saber qué es lo que se busca, antes de realizar un experimento, ya que el objetivo del experimento definirá el grado de exactitud en las mediciones, el número de mediciones, los instrumentos que se emplearán, los recursos humanos y financieros necesarios, etc. Aun si la experimentación es de carácter básico o de desarrollo tecnológico, siempre se hace patente el rol que desempeña en la ciencia y la ingeniería, ya que las teorías siempre se deben probar por el científico en el laboratorio para estar seguros de su validez. De igual manera, un ingeniero debe llevar a cabo un número significativo de experimentos para poder establecer la utilidad del producto o proceso que está desarrollando. Debido a que existe una amplia gama de experimentos alos que se deben enfrentar y que van desde la simple prueba de determinar el peso de un objeto hasta la determinación precisa de la actividad radiactiva de un nuevo radioisótopo, y que el rango de experimentos es amplio, se necesita una sólida preparación de los científicos e ingenieros en el campo experimental que les permita resolver los problemas en que se necesite realizar mediciones. Esta preparación en la experimentación debe ser de tal nivel que permita establecer un equilibrio con la formación teórica que reciben, a fin de evitar que haya ingenieros, como en el pasado, que eran fundamentalmente experimentadores y que utilizaban el método de prueba y error en el diseño, un método muy costoso que puede hacer prohibitivo cualquier proyecto.

Por otra parte, a pesar de que se utilice equipo moderno y complejo en los cursos de laboratorio, se ha encontrado que muchos de los graduados en Ingeniería o en Física no son capaces de realizar mediciones con la precisión que se requiere, ni de establecer qué tan buena es una medición, ni de planear un experimento acorde a las necesidades de la investigación, ni de comunicar sus resultados en forma clara y precisa, etc. Todo lo anterior ha provocado que en las escuelas de Ingeniería y de Ciencias se dé mayor atención a los cursos experimentales para asegurar un eficiente uso del tiempo que pasan los estudiantes en el laboratorio y para que éstos se familiaricen tanto con los métodos de medición como con las técnicas de análisis para la interpretación de los datos experimentales y principios de la metodología experimental, debido a que dichos conocimientos son importantes en los campos de la Ciencia y la Ingeniería.

Actualmente se pretende que los estudiantes estén conscientes de que el tiempo que emplean para realizar actividades experimentales es de gran valor para su formación y que el objetivo de los cursos experimentales es prepararlos para resolver problemas en su futura vida profesional, además de hacerles comprender que el progreso en la Ciencia y la Técnica se logró con base en el trabajo experimental.

Es importante señalar que en los cursos experimentales es inútil formular un conjunto de reglas que señalen cómo se deben realizar los experimentos, ya que el campo de la experimentación es tan amplio que ello es prácticamente imposible. Sin embargo, existen ciertos hábitos de pensamiento que han probado su utilidad, ya sea que se estén estudiando ratones, estrellas, radioisótopos, celdas solares, etc. Hay que destacar que en los laboratorios se pretende desarrollar en el estudiante la capacidad de afrontar situaciones nuevas, para resolver problemas diferentes a los que resolvió durante sus estudios, y que adquiera las habilidades necesarias para el trabajo experimental. En conclusión, se puede decir que el laboratorio le ofrece la oportunidad de adquirir muchas de las habilidades relacionadas con su futuro trabajo, ya que en dichos cursos realizará análisis de los problemas que se plantean, evaluaciones de las soluciones propuestas, informes de los resultados obtenidos, etc.

Estas notas tienen el propósito de presentar diversas técnicas y métodos experimentales que todo estudiante de Ciencia e Ingeniería debe conocer, y han sido preparadas para que se utilicen como material de consulta en los primeros cursos de Física Experimental en los planes de estudio convencionales de Ingeniería y de Física.

Prólogo a la segunda edición

La finalidad de esta obra es ofrecer un texto adecuado para los cursos de Laboratorio de Física que se imparten en los primeros años de licenciatura de Física y en las distintas ramas de la Ingeniería; asimismo, cubrir la ausencia de literatura escrita en castellano acerca de este tema.

El libro consta de nueve capítulos en los que se abordan interesantes temas que muestran un panorama general de las diversas técnicas y métodos experimentales como son: Conceptos básicos, Método científico, Experimentación, Error experimental, Análisis gráfico, Análisis dimensional, Instrumentación, Registro del trabajo experimental y Sistema Internacional de Unidades.

Redactado en lenguaje claro y sencillo, este libro configura una introducción básica a cuestiones que ofrecen dificultades para quienes se inician en el estudio de las ciencias experimentales; la teoría de los errores, el análisis dimensional, el análisis gráfico y la redacción de informes.

En esta nueva edición, además de haberle incluido un nuevo capítulo y secciones nuevas a algunos capítulos, se intercalaron numerosos ejemplos que ilustran el concepto o aplicación de las técnicas presentadas. Asimismo, se incluyeron ejercicios y problemas que permitirán al alumno aplicar lo aprendido.

Este libro es un valioso auxiliar para profesores de enseñanza superior y media superior, pero, en especial para estudiantes de materias científicas y tecnológicas de nivel universitario básico.

Debido a su gran nivel didáctico así como a la magnífica organización del material que presenta, esta obra es sumamente valiosa para la formación y capacitación, tanto de estudiantes de Ingeniería y Física como de los profesionales interesados en esta disciplina. Constituye además, un excelente acceso a otras obras que tratan el tema desde un punto de vista más avanzado.

1

Conceptos básicos

1.1 INTRODUCCIÓN

Como en la metodología experimental se utilizan ciertos términos, en este capítulo se explica en forma concisa el significado de los más frecuentes. También se analiza en forma breve el proceso de medición.

1.2 DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

- *Metrología.* Campo de los conocimientos relativos a las mediciones.
- *Medición.* Conjunto de operaciones que tienen por objeto determinar el valor de una magnitud.
- *Sistema de medición.* Conjunto completo de instrumentos de medición y otros dispositivos ensamblados para realizar una labor de medición específica.
- *Método de medición.* Conjunto de operacionales teóricas y prácticas, en términos generales, involucradas en la realización de mediciones de acuerdo a un principio establecido.
- *Mensurando.* Magnitud sujeta a medición. Puede ser, según el caso, la magnitud medida o la magnitud a medir.
- *Magnitud (medible).* Atributo de un fenómeno, cuerpo o substancia que es susceptible de ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente.
- *Magnitudes de base o fundamentales.* Son aquellas que dentro de un sistema de magnitudes se aceptan por convención, como independientes unas de otras
- *Magnitudes derivadas.* Son aquellas que dentro de un "sistema de magnitudes", se definen en función de las magnitudes de base de ese sistema. La velocidad es una magnitud derivada.
- *Unidad (de medida).* Magnitud específica, adoptada por convención, utilizada para expresar cuantitativamente magnitudes que tengan la misma dimensión. El metro es la unidad de medida para las longitudes.

- *Unidad (de medida) de base o fundamental.* Unidad de medida de una magnitud de base en un sistema de magnitudes determinado.
- *Unidad (de medida) derivada.* Unidad de medida de una magnitud derivada en un sistema de magnitudes determinado.
- *Múltiplo de unidad (de medida).* Unidad de medida mayor formada a partir de una unidad dada, de acuerdo a un escalonamiento convencional. Ejemplo: Uno de los múltiplos del metro, es el kilómetro.
- *Submúltiplo de una unidad (de medida).* Unidad de medida menor formada a partir de una unidad dada, de acuerdo a un escalonamiento convencional. Ejemplo: Uno de los submúltiplos del metro, es el milímetro.
- *Valor (de una magnitud).* Expresión de una magnitud que se forma de un número y una unidad de medida apropiada. Ejemplos: 16 m; 40 kg; 16 N.
- *Símbolo de una unidad (de medida).* Signo convencional que designa una unidad de medida. Ejemplo: m, es el símbolo del metro.
- *Resultado de una medición.* Valor de una magnitud medida, obtenida por una medición.
- *Indicación (de un instrumento de medición).* Valor de una magnitud medida suministrado por un instrumento de medición.
- *Aparato de medición.* Dispositivo destinado a realizar una medición, solo o en conjunto con otros equipos.
- *Medida materializada.* Dispositivo diseñado a reproducir o proporcionar, de manera permanente durante su uso, uno o más valores conocidos de una magnitud dada. Ejemplos: una pesa y un generador de señales patrón.
- *Transductor de medición.* Dispositivo de medición que establece correspondencia entre una magnitud de entrada y una de salida, conforme a una relación determinada. Ejemplos: termopar y convertidor electroneumático.
- *Patrón.* Medida materializada, aparato de medición o sistema de medición destinado a definir, realizar, conservar o reproducir uno o varios valores conocidos de una magnitud para transmitirlos por comparación a otros instrumentos de medición. Ejemplo: Patrón de masa de 1 kg.
- *Patrón internacional.* Patrón reconocido por acuerdo internacional para servir de base internacional en la fijación de los valores de todos los otros patrones de la magnitud concerniente.
- *Legibilidad.* Indica la facilidad con que se puede leer la escala de un instrumento; por ejemplo, un instrumento que tenga una escala de 10 cm de longitud tendrá mayor legibilidad que otro de 5 cm con el mismo rango.
- *Discriminación.* Se utiliza para indicar la menor diferencia que se puede detectar entre dos indicaciones en la escala del instrumento; por ejemplo, la discriminación de una regla graduada en centímetros es 1/2 cm.
- *Discrepancia.* Se emplea para señalar la diferencia entre dos resultados; por ejemplo, si dos personas obtienen resultados diferentes para la misma cantidad, se dice que existe discrepancia entre ambos resultados.

- *Histéresis.* Se usa cuando existe una diferencia en las lecturas de un instrumento, dependiendo el valor de la magnitud del sentido en que se lleve a cabo el proceso de medición. La histéresis puede ser el resultado de fricción mecánica, efectos térmicos, deformación elástica, etc.
- *Variable.* En un sentido muy general, este término se emplea para indicar cualquier magnitud física que pueda sufrir cambios. Si se controlan estos cambios se tiene una variable independiente. Si la cantidad física cambia en respuesta a la variación de una o más variables, se tiene una variable dependiente.
- *Sensibilidad.* Se define como la relación del movimiento lineal del indicador en el instrumento con el cambio en la variable medida que origina dicho movimiento; por ejemplo, la sensibilidad de un vóltmetro es de 0.1 cm/volt si tiene una escala de 10 cm de longitud, para medir un valor máximo de 100 volts; por tanto, un instrumento muy sensible produce gran movimiento del indicador para un pequeño cambio en la cantidad que se mide.
- *Exactitud.* Se utiliza para señalar la proximidad del valor real. La exactitud de un instrumento indica la desviación de la lectura respecto a una entrada conocida. Mientras más pequeña sea esta desviación mayor será la exactitud.
- *Precisión.* Se emplea para indicar la reproductibilidad de los resultados. Alta precisión significa gran proximidad entre los resultados obtenidos en la medición de una misma magnitud, mientras que baja precisión significa una amplia dispersión de los mismos. Por ejemplo, un amperímetro que obtiene lecturas de 10.1A, 10.2A, 10.3A, 10.1A es más preciso que otro que obtenga valores de 10.A, ll.A, 10.8A y 10.5A.

Para ilustrar la diferencia entre exactitud y precisión considérese un instrumento con un defecto en su operación. Dicho instrumento puede dar un resultado que se repita frecuentemente de medición a medición, pero éste se encuentra lejos del valor verdadero. Los resultados que se obtengan de este instrumento serán muy precisos, pero bastante inexactos. Puede ocurrir también que dos instrumentos proporcionen resultados con igual precisión, pero que difieran en exactitud debido a desigualdades en su diseño. Estos ejemplos ponen de manifiesto que la precisión no garantiza exactitud, aun cuando la exactitud requiere precisión.

1.3 PROCESO DE MEDICIÓN

La medición es una de las nociones que la ciencia moderna ha tomado al sentido común. El uso común de la idea de medida es tan natural en la conducta del hombre que a menudo pasa inadvertida, porque ésta surge de la comparación, y comparar es algo que el hombre hace diariamente con conciencia o sin ella. En la ciencia y en la técnica, **medición** es el proceso por el cual se asigna un número a una propiedad física de algún objeto o fenómeno con propósito de comparación, siendo este proceso una operación física en la que intervienen necesariamente cuatro sistemas: El sistema objeto que se desea medir; el sistema de medición o instrumento, el sistema de comparación que se define como unidad y que suele venir unido o estar incluido en el instrumento, y el operador que realiza la medición. Por ejemplo, en el proceso llamado "medición de longitud" intervienen:

1. El objeto cuya longitud se quiere medir.
2. El instrumento que en este caso es una regla.
3. La unidad que está incluida en la regla.
4. El operador.

Para definir unívocamente el proceso de medición es necesario dar además la "receta" mediante la cual se deben poner en interacción el sistema objeto, el instrumento y la unidad. Por ejemplo, "la receta" para medición de longitudes sería: tómese un instrumento denominado regla en la que están marcadas cierto número de divisiones y hágase coincidir la primera división de la regla con el extremo del objeto cuya longitud se quiere determinar; finalmente, determínese la división que coincide con el otro extremo del objeto.

Cada proceso de medición define lo que se llama una magnitud física; por ejemplo, se define como longitud aquello que se mide en el proceso descrito como "medición de longitudes". Existen muchos procesos de medición que definen una misma magnitud; por ejemplo, para medir una longitud existen muchos procedimientos.

Dependiendo de la propiedad del objeto que se desea medir, del conocimiento disponible, de los requisitos o exigencias de precisión, de la habilidad del observador, etc., se seleccionará determinada técnica de medición, ya que una cosa es medir distancias accesibles, otra distancias interatómicas y otra interplanetarias. Aunque en los tres casos se supone el mismo concepto de distancia, los procedimientos para medir sus valores numéricos son muy diferentes; en el caso de los cuerpos que se pueden manejar directamente, la medida de una de sus propiedades se puede leer en la escala de un instrumento, mientras que en el caso de objetos prácticamente inaccesibles se miden en realidad magnitudes relacionadas con ellos y la propiedad que se desea conocer se investiga con la ayuda de fórmulas. De acuerdo con lo anterior es posible establecer que las mediciones pueden ser directas o indirectas.

Una **medición directa** se realiza comparando la magnitud que interesa medir con una "patrón" o con las unidades de una escala material, y contando el número de veces que la unidad está contenida en la magnitud. Por ejemplo, para medir la longitud del margen en un cuaderno se realiza una medición con el empleo de una regla.

Una **medición indirecta** es la que supone medición directa (de algo que no es lo que se mide) y cómputo. Un ejemplo muy sencillo es la determinación del volumen de una esfera a partir de la medición directa de su diámetro y el empleo de la fórmula $V = 1/6\ \pi\ D^3$.

Algunas cosas se pueden medir tanto por métodos indirectos como por métodos directos. Por ejemplo, se puede obtener el valor del perímetro de un cuadrado mediante una medición directa, pero también se puede obtener dicho valor midiendo un solo lado y sustituyendo dicho valor en la ecuación $P = 4L$, donde P es la medida del perímetro y L la del lado.

El resultado de un proceso de medición es un número real, que es la medida o valor de la magnitud de que se trata. Se le interpreta como el número de veces que la unidad está contenida en dicha magnitud. El valor de una magnitud dada es independiente del proceso particular de medición, dependiendo sólo de la unidad que se elija. Como esta unidad en principio es arbitraria y se fija por convención, es necesario añadir un símbolo al valor numérico de una magnitud dada, para indicar cuál unidad se ha utilizado como comparación. Por ejemplo, decir que una longitud es 4.5 no tiene sentido físico si no se indica la unidad de referencia. Si se utiliza el metro como unidad, la medida debe escribirse 4.5 m, pero si se emplea el centímetro como unidad, el resultado debe escribirse 450 cm.. O sea que el valor numérico de una misma magnitud cambia dependiendo de la unidad seleccionada. Por ello, antes de efectuar una medición hay que seleccionar la unidad para la magnitud por medir.

Debido a que la elección de unidades es convencional, para el caso de las cantidades fundamentales y para que los investigadores de diferentes países pudieran comparar los resultados de sus experimentos, fue necesario adoptar a nivel mundial un sistema de unidades básico llamado Sistema Internacional de Unidades y que se designa con el símbolo SI. En este sistema las unidades fundamentales son las indicadas en la tabla 1.1.

Tabla 1.1

Cantidad	***Unidad***	*Símbolo*
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	Candela	cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol

En el proceso de medición el instrumento perturba en mayor o menor grado el sistema que se está midiendo. Por ejemplo, al medir la temperatura de un objeto con un termómetro es necesario que se establezca el equilibrio térmico, lo que implica una variación de temperatura del sistema que se está midiendo y del instrumento, de manera que lo que mide el termómetro es la temperatura de equilibrio y no la que tenía el objeto antes de ponerse en contacto térmico con él. La instrumentación moderna pretende perturbar lo menos posible las propiedades que se miden, y, por otra parte, el experimentador intenta atribuir un valor numérico a dicha perturbación, a fin de inferir el valor real de las propiedades de los objetos antes de la medición.

Este breve análisis demuestra que la medición no consiste en ver rápidamente la escala del instrumento y concluir sin más, sino que es un eslabón de una cadena más bien larga de operaciones conceptuales y empíricas.

1.4 EJERCICIOS

1. Define los siguientes términos:
    1.1 Magnitud
    1.2 Patrón
    1.3 Mensurando
    1.4 Discrepancia
    1.5 Medida materializada

2. ¿Cuál es la diferencia entre precisión y exactitud?
3. ¿Cuáles son los sistemas que intervienen en el proceso de medición?
4. ¿Qué es una medición directa?
5. Da un ejemplo de medición indirecta.
6. Para cada enunciado escribe en el paréntesis una V si es correcto y una F si es falso,
    6.1 ( ) La medición es una magnitud fundamental.
    6.2 ( ) El múltiplo de una unidad es una unidad de medida menor que la unidad dada.
    6.3 ( ) El valor de una magnitud es una expresión que se forma de un número y una unidad.
    6.4 ( ) La metrología es el campo de conocimientos relativos a las mediciones.
    6.5 ( ) El newton es una unidad fundamental.
    6.6 ( ) La exactitud se utiliza para señalar la proximidad al valor real.
    6.7 ( ) La legibilidad se emplea para señalar la diferencia entre resultados.
    6.8 ( ) Una variable es una magnitud física que puede sufrir cambios.

2

Método científico

2.1 INTRODUCCIÓN

La ciencia está estrechamente relacionada con las luchas y los trabajos que el hombre desde sus orígenes ha debido afrontar para sobrevivir, o sea para satisfacer sus necesidades materiales e intelectuales, mejorar sus condiciones de vida y acrecentar su conocimiento y comprensión del medio del cual forma parte.

Lo que se llama ciencia es una adquisición relativamente reciente en la historia del hombre. Sus aspectos filosóficos de crucial importancia fueron expresados explícitamente por vez primera por los griegos hacia el año 600 a. C. Pero los eruditos del mundo clásico no visualizaron la estrecha relación entre teoría y experimento, que es una de las características más destacadas de la ciencia de hoy.

Otra de las características de la ciencia es el método para dar respuestas a los problemas que le son planteados y que ha desarrollado a través de los años. En este capítulo se analiza el método científico al describir algunas de sus virtudes y limitaciones.

2.2 MÉTODO CIENTÍFICO

Actualmente el hombre se enfrenta a innumerables problemas por su deseo de descubrir los secretos de la naturaleza y por la necesidad de diseñar dispositivos que le permitan vivir mejor. Para afrontar dichos problemas el hombre emplea diversos procedimientos como el del método científico.

Los científicos e ingenieros cuyas investigaciones tuvieron éxito anotaron cómo lograron los resultados. Otros después de ellos analizaron tales procesos y justificaron su eficacia. De esta manera tales procedimientos se transformaron gradualmente en métodos verdaderamente científicos.

Hoy en día ni los ingenieros ni los científicos se pueden dar el lujo de improvisar al buscar soluciones a los problemas que les son planteados; por lo contrario, tienen que adaptar sus esfuerzos a las exigencias del problema por resolver siguiendo un método. Cada clase de problemas requiere un conjunto de métodos y técnicas especiales, pero el "método general" de la ciencia o método científico es un procedimiento que se aplica al ciclo entero de la investigación, independientemente del tema de estudio. Este método impone un orden tanto a las actividades que realiza el investigador como a los conocimientos que se obtienen, además de orientar la investigación, paso a paso, hacia un fin en un proceso.

El método científico es un rasgo característico de la ciencia, tanto de la pura como de la aplicada. Pero no es un método en el sentido de un procedimiento formal, ni tampoco es una receta infalible para los descubrimientos, sino más bien una actitud y una filosofía que proporcionan una orientación según la cual se pueden deducir, con confianza, conceptos generales de las impresiones que desde el mundo exterior entran a raudales en los sentidos del hombre y que permiten encontrar soluciones más acertadas a los problemas planteados por la sociedad.

El método científico es tan general que lo pueden utilizar científicos de todas las especialidades, pues es el instrumento de que se sirven para conseguir conocimiento de la naturaleza y de la sociedad. Jamás se debe olvidar que es un instrumento de trabajo cuya finalidad práctica impone la necesidad de tener en cuenta siempre sus posibilidades de aplicación.

Dadas sus características, el método científico es también un proceso que se produce en el tiempo y que comprende varias fases generales, cada una de las cuales comprende y necesita la anterior.

Dichas fases o pautas generales son:

1. Planteamiento del problema.
2. Formulación de la hipótesis.

4. Comprobación de la hipótesis.
5. Construcción de leyes, teorías y modelos.

Para que se dé este proceso se requiere el empleo de procedimientos racionales (deducción, inducción, inferencia por analogía) y empíricos (observación y experimentación), los cuales se ponen en juego en el momento en que se requieren. A continuación se hace una descripción general de las fases que caracterizan al método científico.

1. *Planteamiento del problema.* En la vida cotidiana y en la científica se presentan problemas de diversa índole, entendiéndose por problema cualquier dificultad que no se pueda resolver automáticamente; es decir, con la sola acción de nuestros reflejos instintivos y condicionales. Estos surgen gracias a la curiosidad natural del hombre y a su necesidad de satisfacer necesidades prácticas.

   En general todo problema se plantea con respecto a cierto fondo previo constituido por el conocimiento preexistente y en particular por los presupuestos específicos del mismo, pues si se es ignorante respecto a algún tema no es posible plantearse problemas con referencia a este tema. Actualmente el nivel de investigación y de desarrollo de un país se mide por el tipo y dimensión de los problemas que se manejan.

   A la metodología de la ciencia le preocupan de manera preferente los problemas científicos, pero, como es obvio, no todo problema es científico; los problemas científicos son exclusivamente los que se plantean acerca de un trasfondo científico y con el objetivo primario de incrementar el conocimiento. Si el objetivo de la investigación es más práctico que teórico, pero el trasfondo y los instrumentos son científicos, entonces el problema es de ciencia aplicada o tecnología.

   Ya que la investigación científica se inicia con el planteamiento del problema, es importante tomar en cuenta las siguientes condiciones en la formulación:

   a) Debe existir un "cuerpo de conocimientos" científicos en que se pueda insertar el problema, de tal modo que sea posible tratarlo.
   b) Debe ser concebido en el sentido de que su trasfondo y, en particular, sus presupuestos no sean falsos ni por decidir.

d) Se tiene que expresar en forma clara, con términos lógicos y precisos.
e) Debe estar bien delimitado para evitar confusiones.

Tomar en cuenta estas condiciones no garantiza el éxito, pero sí evita pérdidas de tiempo, porque la solución se obtendrá más rápido si el problema se formula correctamente.

2. *Formulación de hipótesis.* Una vez planteado y examinado un problema se busca su solución. Algunos problemas se resuelven organizando experiencias científicas, otros mediante la elaboración de teorías contrastables acerca del mundo. Pero ningún problema se resuelve precipitándose sin más hacia el laboratorio pues antes de la actividad experimental se requiere la formulación de la hipótesis que guíe la investigación.

   Una hipótesis es una suposición comprobable que se basa en conocimiento previo y se destina a dar solución a un problema. Las hipótesis científicas han constituido valiosas guías para la formulación de teorías científicas. Por ejemplo, al revisar la historia de la teoría atómica de la materia se muestra la manera en que las diferentes clases de hipótesis han contribuido a su actual desarrollo y cómo algunas hipótesis, a pesar de haber resultado falsas, al someterlas a prueba sirvieron de instrumentos para hacer avanzar el conocimiento de la estructura de la materia.

   La hipótesis es un producto del pensamiento científico y de la imaginación racional en su nivel más elevado. Como ejemplo de ese ejercicio de la imaginación científica se tiene el de Dalton al formular la hipótesis del "átomo", el de Darwin al establecer la hipótesis de la "selección natural", el de Mendeleiev al construir la "tabla periódica de los elementos" y el de JJ. Thompson al postular la hipótesis del "electrón".

   La formulación de la hipótesis no depende absolutamente de una lista de condiciones a manera de formulario, ya que en la realidad no hay una receta válida para formularla, cada científico ha tenido su propio estilo de acuerdo con sus experiencias, conocimientos, características del problema por resolver y capacidad creadora.

3. *Comprobación de la hipótesis.* La hipótesis, una vez formulada, permite inferir y hacer predicciones verificables que, a su vez, inducen a la realización de los experimentos necesarios y a la

realización de nuevas operaciones racionales. Para que una hipótesis esté debidamente fundamentada tiene que someterse a contrastación, ya sea formal o experimental. La contrasta-ción formal consiste en fundamentar la hipótesis con respecto a una base teórica ya establecida que le sirva de apoyo. La contrastación experimental se apoya en la concordancia con los hechos, para lo cual se requiere:

a) Establecer la táctica científica.
b) Aplicar la técnica científica adecuada.
c) Recopilar los datos resultantes.
d) Interpretar los datos a fin de obtener conclusiones.

Muchas veces la hipótesis misma sugiere el método conveniente para explorar lo que propone. En otras ocasiones se hace necesario descubrir específicamente el método más adecuado. En todos los casos el método experimental es el procedimiento general mediante el cual se someten rigurosamente las hipótesis a la prueba de la práctica.
Cuando el resultado experimental verifica el cumplimiento de las consecuencias de la hipótesis ésta queda comprobada, mientras que cuando dicho resultado difiere del previsto por la hipótesis es necesario cambiarla parcialmente y cuando los resultados se encuentran en oposición a las consecuencias previstas la hipótesis queda refutada y se debe reformular. Para la refutación de una hipótesis es suficiente con encontrar experimentalmente un caso de incumplimiento de sus consecuencias. Así sucedió por ejemplo con el resultado del experimento realizado por Michelson y Morley en 1887 que sirvió para descartar en definitiva la hipótesis de la existencia del éter.

Es pertinente advertir que cada hipótesis que se comprueba trae consigo el planteamiento de nuevos problemas por resolver. 4. *Formulación de leyes, teorías y modelos.* Para el investigador una hipótesis científica se convierte en ley cuando ha sido comprobada teórica y experimentalmente de manera simultánea. Las leyes tienen un papel importante en la ciencia, y se le reconoce al decir que el objetivo central de la investigación es su descubrimiento.

En la investigación primero se cuenta con datos aislados, por lo que se formulan hipótesis para explicarlos. Estas al ser comprobadas se convierten en leyes. Al principio no existe conexión entre estas leyes, pero a medida que se desarrolla la investigación se descubren relaciones entre ellas, hasta que se conforman en un sistema coherente denominado teoría. Finalmente se construye un modelo que exprese las características fundamentales de la teoría y las posibles consecuencias que ésta pudiera tener en otros campos de estudio.

Con todas sus virtudes, el método científico tiene ciertas limitaciones naturales como el que no pueda reemplazar la inspiración de un Arquímedes que le hace descubrir una ley fundamental de la Hidrostática estando sentado en la tina de baño, ni el que pueda crear ciencia automáticamente, de la misma manera que un manual de estrategias militares no puede ganar una batalla. Sin embargo, se puede decir que el método científico es como una brújula que guía al investigador por la senda correcta.

2.3 PREGUNTAS

1. Brevemente describe ¿qué es la ciencia?
2. ¿A qué se le llama método científico?
3. ¿Cuáles son las fases del método científico?
4. ¿Qué es una hipótesis?
5. ¿Cuál es la diferencia entre inducción y deducción?
6. Hacer una diferencia entre una hipótesis y una ley.
7. Investigar y describir brevemente. ¿Cuál es la importancia de las leyes de la naturaleza?

3

Experimentación

3.1 INTRODUCCIÓN

La experimentación es el enlace común entre físicos, ingenieros, biólogos e investigadores; pues independientemente de que el biólogo pruebe un nuevo producto para acelerar el crecimiento de las plantas, el físico explore las propiedades de una partícula recién descubierta, el ingeniero compare diversos métodos de producción, todos ellos realizan experimentos, a pesar de que los procedimientos que se empleen para dar solución a sus problemas sean distintos en cada caso.

Ya se trate de una investigación fundamental, de una aplicada o de una tecnológica, la experimentación tiene un papel importante, ya que para que un conocimiento se considere válido no es suficiente con haberlo obtenido o demostrado por medio de inferencias correctas y que no se contrapongan, por numerosas, estrictas y amplias que éstas puedan ser, sino que además se requiere la comprobación directa mediante la experimentación.

Por lo tanto, el estudio del experimento científico tiene interés para el científico mismo, para el tecnólogo y para el filósofo.

3.2 EXPERIMENTO

El experimento es la experiencia científica en que se provoca deliberadamente algún cambio y se observa e interpreta su resultado con alguna finalidad cognoscitiva. Por ejemplo, sería un experimento acerca del comportamiento social de los chimpancés mantener algunos de ellos aislados individualmente desde su nacimiento para estudiar la influencia del aprendizaje y la herencia en su comportamiento. La sola cría de chimpancés sin una intención de esa naturaleza no es un experimento sino simplemente una experiencia con mayor o menor observación.

En el experimento el desarrollo de los procesos ocurre en condiciones previamente planeadas y controladas. En efecto, si se varían las condiciones es posible lograr que se repitan los procesos, que se retarde o se acelere su curso; en fin, que se produzcan otras muchas perturbaciones en su comportamiento. El control de las condiciones puede consistir simplemente en que el investigador sea capaz de hacer que se presenten y de conseguir que se mantengan durante el tiempo que dure el experimento. El control puede ir más allá de las condiciones de producción y de mantenimiento del proceso, comprendiendo también las condiciones de observación y medición de las observaciones.

La observación es una parte importante e imprescindible del experimento, porque éste en cierto sentido no es otra cosa que una observación provocada dentro de las condiciones controladas por el investigador.

El control del investigador se ejerce tanto en los estímulos que debe provocar al proceso como en el proceso mismo. Si el control no se lleva a cabo con precisión cuantitativa se tiene un experimento cualitativo, pero si el control se realiza mediante mediciones precisas se tiene un experimento cuantitativo. Por ejemplo, los experimentos de Oersted acerca de la interacción entre imanes y corrientes fueron cualitativos y los experimentos que proyectó Ampere en cuanto a esos mismos hechos fueron cuantitativos, porque al primer investigador sólo le interesaba demostrar que las fuerzas de la naturaleza están relacionadas, y al segundo verificar su teoría cuantitativa para explicar el experimento de Oersted.

Un experimento cuantitativo es naturalmente más complejo que un experimento cualitativo, pero no necesariamente más sutil desde el punto de vista intelectual, porque el uso de instrumentos de medición en los experimentos cuantitativos presupone que las variables que se midan están ya objetivadas y las técnicas de medición desarrolladas. Mientras que un experimento cualitativo puede poner de manifiesto por vez primera ciertas variables y relaciones entre las mismas, sean o no cuantitativas, los experimentos suponen construcciones científicas, conceptos, teorías e hipótesis. Es obvio que la intervención de hipótesis y teorías es aún mayor cuando se busca la contrastación de una hipótesis o de una teoría.

Usualmente los experimentos difieren en aspecto, pero en general todos están sometidos a un patrón secuencial de planeación, imple-mentación y evaluación. Al igual que en el trabajo analítico, en el trabajo experimental es importante seguir un método para la formulación y solución de sus problemas; se denomina método experimental. Las fases principales del método experimental son observación cuidadosa, reflexión acerca de la hipótesis, predicción de sus consecuencias, planeación del experimento para someter la hipótesis a prueba, diseño del experimento, ejecución del experimento planeado, obtención de resultados y confrontación entre los resultados experimentales y las predicciones teóricas para la interpretación de las conclusiones.

A pesar de la gran cantidad de experimentos que se pueden realizar y de la variedad de objetivos, todos ellos tienen mucho en común, como tratar de eliminar los efectos de ciertas variables, reducir y controlar el número de variables por investigar, realizar mediciones precisas y exactas, estimar el error experimental, interpretar en forma objetiva los resultados, etc.

En resumen, el experimento es directriz en la búsqueda de respuestas a los problemas que se plantean al experimentador.

3.3 PLANIFICACIÓN DE EXPERIMENTOS

La planificación de un experimento depende de la determinación previa de las condiciones en que se puede provocar el surgimiento o la presencia del proceso, de los medios para mantener el control de esas condiciones, de los procedimientos para observar y medir el comportamiento del proceso, del conocimiento teórico disponible, de la clase de datos que se esperan y de la exactitud que se requiera. Por tanto, el experimentador debe reflexionar, ensayar y combinar de diversas maneras para descubrir las condiciones más apropiadas y que resulten factibles para poder lograr los objetivos propuestos. Con base en lo anterior se procede a diseñar el experimento especificando instrumentos, materiales, personal, recursos económicos y precauciones. Para asegurar el éxito en el trabajo experimental es conveniente que el investigador se plantee las siguientes preguntas:

1. En cuanto al objetivo.
    1.1 ¿Cuál es el objetivo del experimento?
2. En cuanto a las variables.
    2.1 ¿Cuáles son las variables por investigar?
    2.2 ¿Cuáles son las más importantes?
    2.3 ¿Qué rangos de las variables serán necesarios?
    2.4 ¿Cuántos valores se deberán tomar en los diferentes rangos de operación?
3. En cuanto al equipo y medio ambiente.
    3.1 ¿Es necesario un ambiente especial para realizar el experimento?
    3.2 ¿Qué equipo es necesario para la realización del experimento?
    3.3 ¿Cuál es el equipo disponible?
    3.4 ¿De qué fuentes financieras se dispone para llevar a cabo el experimento?
4. En cuanto a los instrumentos de medición.
    4.1 ¿Existen comercialmente los instrumentos o se deben fabricar especialmente para el experimento?
    4.2 ¿Cuál es la exactitud que se requiere para efectuar cada medición?
    4.3 ¿Qué tanto se apegan las características de los instrumentos al presupuesto asignado?
    4.4 ¿Se calibraron los instrumentos?
    4.5 ¿Cuál debe ser la respuesta a la frecuencia del instrumento si es medición dinámica?
5. En cuanto al procedimiento.
    5.1 ¿Qué procedimiento es el adecuado?
    5.2 ¿Cuál secuencia se deberá utilizar en la variación de parámetros?
    5.3 ¿Cuáles son los aspectos de seguridad preventiva necesarios si dentro del experimento existe alguna operación peligrosa?
6. En cuanto a la evaluación de resultados.
    6.1 ¿Son confiables los resultados?
    6.2 ¿Qué tipo de relación existe entre las variables?
7. En cuanto a la presentación de resultados.
    7.1 ¿Cuáles son los resultados significativos?
    7.2 ¿Cómo se van a presentar los resultados?
8. En cuanto a conclusiones.
    8.1 ¿Satisfacen las conclusiones el objetivo original?

8.2 De existir discrepancias entre las predicciones y los resultados experimentales, ¿a qué factores se pueden atribuir?

Es conveniente señalar que el investigador deberá reflexionar cuidadosamente primero en la necesidad de efectuar el experimento, porque una gran cantidad de dinero y tiempo desperdician individuos que se precipitan en un proyecto sólo para descubrir más tarde que el experimento fue innecesario para sus propósitos particulares.

Durante el período de planificación el investigador debe realizar un análisis de incertidumbre cuidadoso, para seleccionar las técnicas e instrumentos de medición más adecuados a su proyecto. Es obvio que la técnica con la menor incertidumbre es la deseable desde un punto de vista de exactitud experimental; pero puede resultar la más costosa. Sin embargo, frecuentemente se encontrará que el costo no es un factor determinante, ya que la técnica con la menor incertidumbre puede ser tan fácil de llevar a cabo como cualquier otro método con menor exactitud.

3.4 EL ESPÍRITU CIENTÍFICO

Poco se avanzaría en el conocimiento de la naturaleza sin el rigor y la seriedad que debe inspirar el trabajo experimental.

Esta atmósfera de seriedad y honestidad que envuelve y empapa el trabajo experimental sólo aparece y trasciende si el individuo ha hecho suyo y cree en el espíritu científico.

El espíritu científico es, antes que nada, una actitud o disposición del individuo que busca soluciones serias con métodos adecuados para el problema que enfrenta.

Esta actitud no es innata en el individuo: es algo que se obtiene a base de esfuerzos y ejercicios a lo largo de la vida. En la práctica, el espíritu científico hace que el investigador, el ingeniero, o cualquier otro individuo tenga una conciencia crítica que lo lleva a perfeccionar su capacidad de juicio; a distinguir y separar lo esencial de lo accidental, lo importante de lo secundario.

El espíritu científico implica tener a una conciencia objetiva, es decir, estar dispuesto al rompimiento de todas las posiciones subjetivas personales y mal fundamentadas, debidas a la influencia del medio o la visión que surge por nuestra propia organización biológica y psicológica.

Si un científico cree que cierta hipótesis, ley o principio es verdadero, pero encuentra una prueba experimental contradictoria, entonces con espíritu científico se cambia o abandona dicha hipótesis, ley o principio, sin considerar la reputación o autoridad de quienes la formularon o la defienden. Por ejemplo: el filósofo griego Aristóteles afirmaba que un objeto cae a una velocidad proporcional al peso. Esta falsa idea se conservó verdadera durante más de 2000 años, debido a la importante autoridad de Aristóteles. Sin embargo, para el espíritu científico de Galileo, bastó un solo experimento con un resultado opuesto para rechazar dicha afirmación, sin considerar la reputación o del número de seguidores de la idea refutada. En la ciencia como en la tecnología tiene poco valor un argumento que apele al prestigio de una autoridad.

Los ingenieros y científicos deben aceptar sus hallazgos experimentales aun cuando quisieran que fueran diferentes. Deben esforzarse por distinguir entre lo que ven y lo que desean ver. La objetividad del espíritu científico torna el trabajo experimental en impersonal: sólo interesa el problema y la solución. Es decir, cualquier otro puede repetir la misma experiencia, en cualquier otro tiempo, y el resultado será siempre el mismo, pues no debe depender del individuo que realizó el experimento.

Lo objetividad del espíritu científico no acepta soluciones a medias, ni soluciones personales. El yo *creo que es así* o *el que no es posible* no satisfacen la objetividad del saber.

3.5 PREGUNTAS

1. ¿Qué es un experimento?
2. ¿Cuál es la diferencia entre experimento y observación?
3. ¿Por qué es importante planear un experimento?
4. ¿A qué se le llama espíritu científico?
5. ¿En qué consiste la objetividad del espíritu científico?

4

Error experimental

4.1 INTRODUCCIÓN

Las mediciones que se realizan en la Ciencia y la Ingeniería tienen por objetivo establecer el valor numérico de determinada magnitud. Este valor numérico no corresponde al valor real de la magnitud que se mide porque los resultados que se obtienen en el proceso de medición son aproximados debido a la presencia del error experimental.

Para tratar de manera crítica dichos valores y obtener conclusiones provechosas de ellos es necesario valorar el error asociado a la magnitud en cuestión durante el proceso de medición. En la práctica, la tarea de determinar el error de una magnitud que se mide no es posible. La mayor dificultad radica en que la medición va acompañada de la acción e interacción de gran cantidad de factores que influyen en uno u otro grado en el resultado de la medición. Sin embargo, sí es posible establecer los límites dentro de los cuales se encuentra el valor verdadero de la magnitud medida. Cuanto más próximos se encuentren esos límites, más precisa será la medida. Es conveniente advertir que el objetivo del experimentador no es sólo procurar que el error experimental sea lo más reducido posible sino que sea lo suficientemente pequeño para no afectar a las conclusiones que se puedan inferir de los resultados experimentales.

En este capítulo se estudia la naturaleza básica del error, así como las técnicas para estimarlo a fin de valorar los límites de validez de una magnitud, ya sea que ésta se mida por métodos directos o indirectos.

4.2 CLASIFICACIÓN DE ERRORES

Mucha gente piensa que las ciencias como la física son exactas. Sin embargo, esto no es cierto, pues los resultados que se obtienen en las mediciones en estas ciencias contienen errores. La naturaleza de estos errores es muy variada, así como sus valores, pero su completa eliminación es prácticamente imposible.

Ya que los errores en la experimentación no se pueden evitar, hay que aprender a convivir con ellos, y a controlar y estimar su valor de acuerdo a las necesidades experimentales.

El **error experimental** es inherente al proceso de medición, su valor solamente se puede estimar. Dicho error está definido como la diferencia entre el valor verdadero y el valor medido de la magnitud.

En esta definición se habla de un "valor verdadero" de la cantidad que se mide pero, ¿realmente existe un valor verdadero? La respuesta es no. Por ejemplo, en la medición del ancho de esta hoja no es posible obtener un valor verdadero, ya que existen una serie de factores que impiden lograr esto. De éstos cabe destacar: el que los bordes de la hoja no sean paralelos, que su longitud cambie con las variaciones de temperatura, que la regla no esté bien calibrada, que los átomos límites de ambos bordes de la hoja no estén en reposo con respecto a los de la regla utilizada, etcétera. Como consecuencia de lo anterior, lo único que se puede hacer es dar un valor "estimado" de dicha longitud.

Para muchos investigadores e ingenieros es frecuente tomar como punto de partida la hipótesis de que existe un "valor verdadero" de la cantidad que va a medir, y que el proceso de medición tiene por objeto determinar ese "valor verdadero" tan aproximadamente como sea posible.

Debido a que los errores pueden surgir por muy distintas causas, para su análisis los científicos los han clasificado en dos amplias categorías:

1. Errores sistemáticos.
2. Errores aleatorios o accidentales.

Errores sistemáticos

Los errores sistemáticos son los que en principio se pueden evitar, corregir o compensar. Estos alteran la medida por no tomar en cuenta alguna circunstancia que afecta al resultado siempre igual, dando lugar a un alejamiento hacia un sentido del valor verdadero. Se les llama sistemáticos porque dan efectos consistentes, pues cuando están presentes se obtienen valores que son más altos o más bajos que el valor verdadero.

Los errores sistemáticos se pueden originar por:

a) Defectos o falta de calibración de los instrumentos de medición.
b) El estado del medio ambiente en que se realizan los experimentos.

c) Malos hábitos y forma peculiar de realizar las observaciones por parte del experimentador
d) La limitada precisión de las constantes universales de las ecuaciones que se usan en el diseño y calibración de los instrumentos.

No obstante, si se conoce la fuente de error sistemático se puede considerar su influencia en la magnitud que se mide, y en una serie de casos se puede excluir total o parcialmente, bien sea eliminando la fuente que lo provoca, o introduciendo la corrección que tiene en cuenta aproximadamente su influencia. Es conveniente señalar que la eliminación de los errores sistemáticos en los resultados experimentales se logra en forma más eficiente si se toma en cuenta lo siguiente:

a) Primero, el experimentador debe esperar y descubrir la existencia de errores sistemáticos.
b) Una vez detectado el error se estimará su influencia en el resultado.
c) Valorará la importancia del error en función de la exactitud total que se desea y el costo y dificultad de las posibles alternativas para evitarlo.
d) Finalmente se estudian los medios para eliminar o disminuir el error, lo cual se puede lograr sustituyendo el equipo defectuoso, controlando las condiciones del experimento, o incluso cambiando totalmente el método de medida.

La detección de los errores sistemáticos es de gran importancia debido a que la presencia inadvertida de este tipo de errores puede conducir a un resultado aparentemente digno de confianza. Un ejemplo de esto lo proporcionó el experimento de la gota de aceite realizado por Millikan para medir "*e*", la carga elemental. En este experimento es necesario saber la viscosidad del aire. El valor utilizado por Millikan fue demasiado bajo y como resultado el valor que obtuvo para "*e*" fue de:

$e = (1.591 \pm 0.002)\ \mathrm{X}\ 10^{-19}$C. que no corresponde al

valor actual de "*e*", el cual es igual a:

$e = (1.602 \pm 0.002) \times 10^{-19}\ \boldsymbol{C}.$

Errores accidentales

Por lo general los errores accidentales se deben a la suma de gran número de perturbaciones individuales y fluctuantes que se combinan para dar lugar a que la repetición de una misma medición dé en cada ocasión un valor distinto. Estos errores siempre están presentes en las mediciones y en ausencia de errores sistemáticos son causa de que las lecturas sucesivas se dispersen alrededor del valor verdadero de la magnitud medida. Por ejemplo, al medir varias veces el período de un péndulo con la ayuda de un cronómetro se obtienen resultados ligeramente diferentes debido a la presencia de errores aleatorios. Estos errores pueden ser originados por el observador al leer la escala, por las pequeñas irregularidades del movimiento del péndulo, etc. Si no hay errores sistemáticos presentes, algunos resultados serán mayores y otros menores que el del valor verdadero.

En general, los errores aleatorios no se pueden eliminar, pero sí estimar. Se debe observar que los errores sistemáticos y accidentales se diferencian en que los primeros producen efectos sistemáticos y los segundos efectos aleatorios. Las fuentes de error pueden originar tanto efectos sistemáticos como aleatorios. Por ejemplo, al operar un cronómetro no sólo se podrá ponerlo en marcha y detenerlo en forma ligeramente irregular al medir el período de un péndulo, introduciéndose asi un error aleatorio, sino que se podrá tener la tendencia a ponerlo en marcha después y detenerlo antes, lo que conducirá a un error sistemático.

Aunque no se puede determinar el valor del error aleatorio, producto de las fluctuaciones personales, de las alteraciones aleatorias del medio ambiente, de la falta de calibración de algunos de los instrumentos que se utilizan, etc. sí es posible estimular su valor mediante métodos estadísticos.

4.3 ERROR ABSOLUTO Y ERROR RELATIVO

El error absoluto designado por la letra "e" está definido como la diferencia entre el valor verdadero (x_v) de una magnitud y el valor medido x. Su valor puede ser positivo o negativo, pero en general se supone que $|e| \ll x$.

Matemáticamente "e" se define como:

$$e = x - x_v \tag{1}$$

La palabra absoluta es para distinguir esta medida de error de otro llamado error relativo.

El error relativo *"E"* se define como el cociente del valor absoluto del error absoluto entre el valor verdadero de la magnitud, es decir:

$$E_x = \frac{|e|}{x_v} \qquad (2$$

Con frecuencia es más útil el conocimiento del error relativo que el conocimiento del error absoluto, ya que con el primero se obtiene una medida del error en relación con la magnitud medida. Por ejemplo, al medir una longitud de 10 cm y otra de 100 m se comenten errores absolutos de 1 cm en ambos casos; sin embargo, el error relativo de la segunda medición es menor que el cometido en la medición de una longitud de 10 cm, lo que indica que la exactitud de la medida de la longitud de 100 m es mayor que la del primer caso.

Ejemplo 4.1

Si imaginamos que tenemos una cinta métrica gastada en uno de sus extremos y con ella medimos una longitud real de 16 cm, pero el valor que se obtiene en la medida es de 17 cm. Calcular el error absoluto y el error relativo de la medición

SOLUCIÓN

a) El error absoluto:
De la definición:

error absoluto = valor medido - valor "verdadero"

$$e = x - x_v$$

Sustituyendo valores:

$$e = 17 - 16$$
$$e = 1\ \text{cm}$$

Para corregir los valores dados por la cinta métrica debemos hacer una corrección de -1 cm (el negativo del error) en las lecturas que se hagan con ella.

b) Error relativo:
De la definición:

$$E_x = \frac{|e|}{x_v}$$

Sustitución: $$E_x = \frac{1}{16}$$

$$E_x = 6.2 \times 10^{-2}$$

Si este valor de error se multiplica por cien, obtenemos el *error porcentual* o *porcentaje de error,* que en este caso sería de 6.2%

4.4 CÁLCULO DE ERRORES EN ALGUNAS EXPRESIONES SENCILLAS

Como en la mayoría de los experimentos se hacen mediciones de varias cantidades y éstas intervienen en el cálculo del resultado, el valor del error asociado se determina aplicando las siguientes reglas.

Regla 1

El error absoluto de una suma o una diferencia es la suma de los errores absolutos de cada una de las cantidades que intervienen en dicha suma o diferencia.

Ejemplo 4.2.

Supóngase una expresión del tipo

$$Z = X + W$$

donde las variables X y W están afectadas por errores absolutos e_x y e_w respectivamente.

De acuerdo con la regla anterior, el error absoluto asociado a Z se determina por la siguiente expresión:

$$e_z = e_x + e_w \tag{3}$$

Regla 2

El error relativo de un producto o un cociente es la suma de los errores relativos de las cantidades que intervienen en dicho producto o cociente.

Ejemplo 4.3

Supóngase una expresión del tipo:

$$Z = X\,W$$

donde las variables X y W están afectadas por errores relativos E_x y E_w respectivamente.

De acuerdo con la regla anterior, el error relativo asociado a Z se determina mediante la siguiente expresión:

(4)

Ejemplo 4.4

Calcular el error relativo en la medición de la densidad del agua, si un volumen de 100 cm^3 de este líquido (con un error absoluto de 0.5 cm^3), tiene una masa de 100 g (con un error absoluto de 1 g en su medición).

SOLUCIÓN

Como la densidad está definida por:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Entonces, el error relativo se obtiene de la siguiente ecuación:

$$E_\rho = E_m + E_v$$

$$E_\rho = \frac{|e_m|}{m} + \frac{|e_V|}{V}$$

donde: e_m y e_v son los errores absolutos en la medición de la masa y volumen, respectivamente.

Sustituyendo valores:

$$E_\rho = \frac{1}{100} + \frac{0.5}{100}$$

$$E_\rho = 0.01 + 0.005$$

$$E_\rho = 0.015$$

En función del porcentaje de error, el resultado sería 1.5%.

La estimación del error en el proceso de medición es importante, pues sin ésta, es imposible obtener conclusiones definitivas de los resultados experimentales. Por ejemplo, supóngase que se desea determinar si la temperatura tiene efecto sobre la densidad del agua. Los valores de las densidades que se midieron fueron:

0.9997 g/cm^3 a 10 °C
0.9887 g/cm^3 a 50 °C

¿Es significativa la diferencia entre estos dos valores?

Sin conocer el valor de los errores, no se puede contestar la pregunta. Así, si el error en la densidad es 0.001g/cm^3, la diferencia entre dichas medidas es significativa; en tanto que si el error es de 0.01 g/cm^3, no lo es.

4.5 INCERTIDUMBRE EXPERIMENTAL

Con el avance científico y tecnológico se ha logrado disminuir el error en las mediciones pero no evitarlo ni calcularlo, porque actualmente lo que se determina es la incertidumbre experimental, o sea el valor posible que puede tener el error experimental. Esta cuantificación es importante para poder estimar el grado de validez de los datos que se obtienen y expresar los límites del intervalo dentro de los cuales se está seguro de capturar el valor verdadero. Por ejemplo, una medición de la aceleración de la gravedad expresada como

$$g = (981.34 \pm 0.01)\ \text{cm/seg}^2$$

indica que el valor más probable de g es 981.34 cm/seg^2, pero debido a la presencia de los errores el valor verdadero de g en el lugar de la medición está comprendido dentro del intervalo 981.33 cm/seg^2 a 981.35 cm/seg^2. Veamos otro ejemplo:

Ejemplo 4.5

Antes de 1983 el valor aceptado de la velocidad de la luz era de: c =

(2.997923 ± 0.000 008) 10^8 m/s ¿Qué significado tiene esta

expresión? SOLUCIÓN

De esta expresión, el valor 2.99 7923 × 10^8 m/s representa la mejor estimación o valor más probable de la velocidad de la luz mientras que el número 0.000 008 × 10^8 m/s representa una indicación de la "incertidumbre" sobre el resultado numérico de c. En otras palabras, este valor de la incertidumbre nos dice que la luz se propaga con una rapidez que no es menor que el valor numérico (2.997923 - 0.000008) 10^8 m/s, ni es mayor que el valor numérico (2.997923 + 0.000008) 10^8 m/s. Es decir, no se puede precisar cuál es el valor "exacto" de c, pero sí se puede confiar de que se encuentra dentro del intervalo 1(2.997915 × 10^8 m/s), (2.997931 ×10^8m/s)].

En este ejemplo se evidencia que no es posible obtener resultados exactos y que cualquier experimentador tendrá que conformarse con medidas que toman la forma de intervalos, dentro de los cuales se debe tener confianza de que se encuentran los valores reales de las magnitudes medidas.

De lo anterior se concluye que toda medición *x*, debe ser expresada de la siguiente manera:

$$x = x_0 \pm \delta x$$

donde: x_0 puede ser la magnitud leída en el instrumento o el valor promedio.

δx es la incertidumbre evaluada según el tipo de medición de que se trate Antes de establecer los criterios mediante los cuales se asocia la incertidumbre al resultado de una medición es conveniente definir algunos conceptos útiles.

- *Incertidumbre absoluta*. Se designa con δx y representa los límites de confianza dentro de los cuales se está seguro (alrededor del 99%) de que el valor verdadero se encuentra en dicho intervalo.

- *Incertidumbre relativa*. Se define como el cociente de la incertidumbre absoluta y el valor medido o valor promedio. Se designa con I_r. Matemáticamente se expresa:

$$I_r = \frac{|\delta x|}{x_0} \qquad \textbf{(5)}$$

La incertidumbre relativa no tiene unidades

- *Incertidumbre porcentual.* Es el Índice que más comúnmente se usa para especificar la exactitud de una medida. Se define como la incertidumbre relativa por 100, es decir

$$I(\%) = I_r(100) \qquad (6)$$

donde I (%) = incertidumbre porcentual.
Algunos autores la consideran como la "precisión" de la medida.

Ejemplo 4.6

Raúl al medir con una cinta métrica la altura de su escritorio señala que no es mayor de 96.4 cm, ni menor de 96.2 cm.

a) Escribir esta medición como un valor central ± incertidumbre.
b) ¿Cuál es la incertidumbre relativa de la medición?

SOLUCIÓN

a) Para encontrar el valor central se suman los valores 96.4 cm y 96.2 cm y el resultado se divide por 2. Es decir:

$$\text{valor central} = \frac{96.4 + 96.2}{2} = 96.3cm$$

El valor de la incertidumbre se puede obtener restando el valor más pequeño del valor más grande y dividiendo dicho cociente por dos.

$$\text{incertidumbre} = \frac{96.4 - 96.2}{2} = 0.1 \text{ cm}$$

Por lo tanto el resultado de la medición se puede expresar como:

h = (96.3 ± 0.1) cm

b) Para calcular la incertidumbre relativa empleamos la siguiente fórmula:

$$I_r = \frac{\delta_x}{x_0}$$

donde: x_0 = valor central
$\boldsymbol{\delta_x}$ = incertidumbre absoluta

Al sustituir valores, se obtiene:

$I_r = 0.0010$

Si se expresa en función de la incertidumbre porcentual, el resultado es igual a:

$I(\%) = 0.10\%$

4.6 INCERTIDUMBRE EN MEDICIONES DIRECTAS

Cuando se realiza una medición directa de una magnitud y no es posible repetir la medición, o cuando al hacer una serie de lecturas se obtienen los mismos resultados para la magnitud, a la lectura que se obtiene se le asocia generalmente una incertidumbre absoluta, igual a la mitad de la división más pequeña de la escala del instrumento. Por ejemplo, si al medir repetidas veces la longitud de un cuerpo con una regla graduada en milímetros se obtiene siempre 125 mm, no se puede concluir que la incertidumbre es cero porque los errores accidentales quedan ocultos al ser menores que la incertidumbre asociada a la regla, la cual es de $\delta \boldsymbol{L}$ = 0.5 mm, por lo que el resultado se debe indicar así:

L = (125 ± 0.5) mm

El intervalo de incertidumbre va de 124.5 mm a 125.5 mm y es el doble de la incertidumbre absoluta.

El que se asocie a las lecturas obtenidas en instrumentos sencillos una incertidumbre igual a la mitad de la división más pequeña de la escala se debe a que la mayoría de los fabricantes garantizan que sus instrumentos están diseñados y construidos de tal manera que la incertidumbre máxima que pueden introducir no sea mayor de ese valor.

Sin embargo, este criterio no siempre es válido en situaciones en las que se emplean instrumentos con escalas cuyas divisiones sean muy finas para medir objetos con bordes mal definidos o índices muy gruesos, pues, en estas condiciones, la incertidumbre que se va asociar a la medición debe ser igual a una o más divisiones de la escala. Por otra parte, un instrumento con escala adecuada cuyas divisiones no estén muy próximas, un objeto con bordes bien definidos se puede identificar un intervalo mucho menor que la división más pequeñas de la escala. En este caso, la incertidumbre que se asocia a la medición puede ser menor que la mitad de la división más pequeña de la escala.

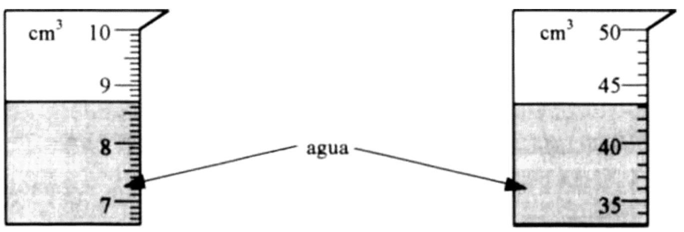
Por lo anterior, es fundamental la experiencia del experimentador y características del instrumento de medición y objeto a medir en el momento de asociar la incertidumbre correspondiente.

Ejemplo 4.7

Se muestran dos probetas graduadas en cm^3. Si cada una de ellas tiene agua hasta el nivel marcado, y las lecturas obtenidas por Raúl son las que aparecen enmarcadas, ¿cuál es la incertidumbre absoluta que debe asociar a cada lectura?

SOLUCIÓN

Por las características de las probetas la incertidumbre que Raúl asocia a las lecturas es igual a la mitad de la división más pequeña de cada una de las escalas.



a) Lectura 8.74 cm^3 b) Lectura 44.6 cm^3

Primeramente se determina el valor de la división de cada escala. Para esto, se seleccionan dos trazos sucesivos que tengan los valores asignados y se resta el valor mayor del menor. Este resultado es dividido entre el número de partes en que se encuentra dividido el espacio entre dichos trazos. El valor obtenido es igual al valor de una división de la escala.

Para la probeta 1.

$$\text{valor de la división} = \frac{9-8}{10} = \frac{1}{10} = 0.1cm^3$$

Para la probeta 2.

$$\text{valor de la división} = \frac{45-40}{5} = 1\ cm^3$$

Finalmente, la incertidumbre (δV) para cada probeta se obtiene de:

$$\text{incertidumbre absoluta} = \frac{\text{valor de la división}}{2}$$

Para la probeta (1) Para la probeta (2)

$$\delta V_1 = \frac{0.1cm^3}{2} = 0.05\ cm^3 \qquad \delta V_2 = \frac{1cm^3}{2} = 0.5\ cm^3$$

Por lo tanto los resultados se deben reportar por Raúl como:

Para la probeta (1) Para la probeta (2)

$V_1 = (8.74 \pm 0.05)$ cm^3 $V_2 = (44.6 \pm 0.5)$ cm^3

Es importante señalar que en las lecturas de los volúmenes se incluyó una cifra estimada; para el V_1 la cifra estimada es la cifra 4 y para el volumen V_2, la cifra estimada es el 6.

El apreciar una cifra más en la lectura de un instrumento de medición tiene el propósito de asegurar que el valor "verdadero" se debe encontrar en el intervalo de incertidumbre correspondiente. Para V_1, se está asegurando que el volumen del líquido se encuentra entre 8.69 cm^3 y 8.79 cm^3.

4.7 INCERTIDUMBRE EN MEDICIONES INDIRECTAS (UNA SOLA VARIABLE)

Como se sabe, en una medición indirecta el resultado se obtiene a partir de una ecuación o una fórmula en la que intervienen una o más variables. En esta sección sólo se analiza la propagación de la incertidumbre en mediciones indirectas que dependan de una sola variable.

Consideremos que una magnitud "y" es función de una cantidad medida x_0 con una incertidumbre δx, que puede expresarse como:

$$y = f(x)$$

Esta función permite calcular el valor y_0 a partir de un valor medido x_0. Puesto que la variable x (cantidad medida) puede variar de $x_0 - \delta x$ a $x_0 + \delta x$, entonces la variable calculada puede tener uno de los posibles valores que se encuentran en el intervalo $y_0 - \delta y$. a $y_0 + \delta y$. Esto se ilustra en la figura 4.1

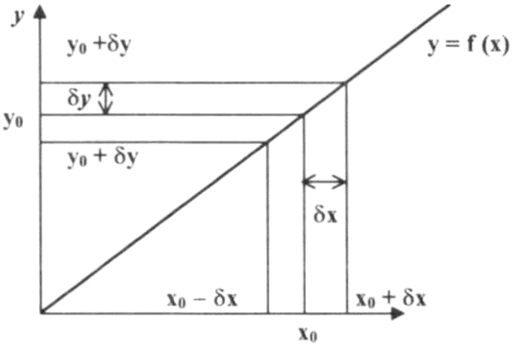


Figura 4.1 Propagación de la incertidumbre.

Antes de considerar algún método general para conocer δy, se mostrará de manera sencilla cómo se propaga δx en una suma y en una potencia.

Suma

Si la magnitud "y" se obtiene en función de x por:

$$y = 2x$$

o lo que es lo mismo por:

$$y = x + x$$

Si $x = x_0 + \delta x$

Entonces:

$$y = (x_0 \pm \delta x) + (x_0 \pm \delta x)$$

$$y = (xo + x_0) + (\pm \delta x \pm \delta x)$$

Como y debe ser igual $y_0 \pm \delta x$ entonces:

$y_0 \pm \delta y = 2x_0 \pm \delta x$

De esta igualdad se concluye que:

$y_0 = 2x_0$
$\pm\delta y = \pm 2\delta x$

Tomando el valor máximo de δy se obtiene:

$\delta y = \delta x + \delta x$

o lo que es lo mismo:

$\delta y = 2\delta y$

De acuerdo con esto, la incertidumbre absoluta de la suma de una misma magnitud es igual a la incertidumbre absoluta de la magnitud que interviene en la operación multiplicada por el número de veces que se suma.

Ejemplo 4.8

Se va a colocar una cinta en la orilla de una mesa cuadrada. Si al medir los lados se encontró que son iguales y con un valor de (74.4 ± 0.5) cm, ¿cuál es el valor de su perímetro? Expresa el resultado con su incertidumbre.

SOLUCIÓN

Como se trata de una mesa cuadrada, su perímetro (P) se obtiene de:

$P = 41$

O de la siguiente forma: P

$= 1+1+1+1$

Como: $1_0 = 1 \pm \delta 1$

$P_0 = P \pm \delta P$

$P_0 \pm \delta P = (1_0 \pm \delta 1)+(l_0 \pm \delta l)+(l_0 \pm \delta l)+(l_0 \pm \delta l)$

Simplificando:

$P_0 \pm \delta P = 4l_0 \pm 4\delta l$

Sustituyendo valores:

$P_0 = 4\,(74.4) = 297.6$ cm
$\delta P \quad = 4\,(0.5) = 2.0$ cm

De acuerdo a lo anterior el perímetro de la mesa es:

P = (297.6 ± 2.0) cm

Potencia

Si una magnitud "y" se obtiene en función de x por:

$y = x^2$

Si x puede variar entre $x_0 - \delta x$ y $x_0 + \delta x$, entonces "y" puede variar entre $y_0 - \delta y$ y $y_0 + \delta y$. Por tanto:

$y_0 \pm \delta y = (x_0 \pm \delta x)^2$

$y_0 \pm \delta y = x_0^2 \pm 2x_0\,\delta x \pm (\delta x)^2$

Si δx es pequeño entonces $(\delta x)^2$ se puede ignorar e igualar $y_0 = x_0^2$, de manera que:

$\delta y = 2x_0\,\delta x$

Si esta ecuación se divide entre y_0**:**

$$\frac{\delta y}{y_0} = \frac{2x_0}{y_0}\delta x$$

Como $y_0 = x_0^2$, en el segundo miembro de la igualdad se puede dividir por x_0^2**.**

$$\frac{\delta y}{y_0} = \frac{2x_0}{x_0^2}\delta x$$

Es decir:

$$\frac{\delta y}{y_0} = \frac{2\delta x}{x_0}$$

De acuerdo con esto la incertidumbre relativa del valor calculado es la incertidumbre relativa de la cantidad original multiplicada por la potencia respectiva.

Ejemplo 4.9

Del ejemplo 4.8 determinar; a) la incertidumbre relativa del área de la mesa; b) su incertidumbre porcentual; y c) el área con su incertidumbre respectiva.

SOLUCIÓN

Como la mesa es cuadrada, su área (A) se determina por:

$A = l^2$

Como: $l = l_0 \pm \delta l$

$l = (74.4 \pm 0.5)$ cm

Entonces: $A_0 \pm \delta A = (l_0 \pm \delta l)^2$

Reordenando e igualando:

$A_0 = l_0^2$
$A_0 = (74.4)^2$
$A_0 = 5535.36°\ cm^2$

Como se trata de una potencia es más fácil calcular la incertidumbre relativa, es decir:

$$\frac{\delta A}{A_0} = \frac{2\delta l}{l_0}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{\delta A}{A_0} = \frac{2(0.5)}{74.4}$$

$$\frac{\delta A}{A_0} = \frac{1}{74.4} = 1.3 \times 10^{-2}$$

La incertidumbre porcentual es igual a:

$$\frac{\delta A}{A_0} \times 100\% = 1.3 \times 10^{-2} \times 10^{2} = 1.3\%$$

Finalmente, el resultado del área se puede expresar por:

A = 5535.36 cm^2 ± 1.3%

4.8 MÉTODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE EN FUNCIONES DE UNA SOLA VARIABLE

La determinación de la incertidumbre de una función que depende de una sola variable se puede llevar a cabo empleando el cálculo diferencial. Una de las cosas que se pueden hacer es sustituir las diferencias finitas dy y δx por las derivadas dy y dx.

Por lo tanto, en este método lo primero que se hace es obtener $\delta y/\delta x$ mediante las técnicas normales del cálculo en la siguiente forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d\left(f\left(x\right)\right)}{dx}$$

donde: $y = f(x)$

Habiendo derivado, se procede a cambiar dy por dy y dx por δx, quedando:

$$\delta y = \frac{d(f(x))}{dx} \delta x$$

Este método es confiable y en muchos casos preferible, sobre todo cuando la expresión algebraica de la función de y es compleja. Así por ejemplo, si

$$y = \frac{x}{\left(x+1\right)}$$

entonces al derivar:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Al hacer el cambio *dy* por δy y $dx = \delta x$ se obtiene:

$$\delta y = \frac{1}{(x+1)^2}\delta x$$

Ejemplo 4.10

Calcular la incertidumbre absoluta del área de un círculo cuyo diámetro es igual a; D = (4.6 ± 0.5) cm.

SOLUCIÓN

Puesto que el área de un círculo en función del diámetro se obtiene de:

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

Entonces, para calcular la expresión que permita conocer δA, se deriva la fórmula del área con respecto al diámetro. Es decir:

$$\frac{dA}{dD} = \frac{2\pi D}{4}$$

Al hacer el cambio pertinente:

$$\delta A = \frac{\pi D}{2}\delta D$$

Al sustituir valores:

$$\delta A = \frac{\pi(4.6)}{2}(0.5)$$

Por lo tanto:

δA = 3.6 cm^2.

4.9 INCERTIDUMBRE EN MEDICIONES INDIRECTAS (DOS O MÁS VARIABLES)

En virtud de que la mayoría de las mediciones que se realizan en la ciencia y en la ingeniería son indirectas, es importante determinar cómo se propaga la incertidumbre en este tipo de mediciones. Primero se determinará la incertidumbre asociada en resultados que se obtengan por una suma o una resta, o un producto, o un cociente de dos variables.

Suma

Si una magnitud Z se obtiene por la adición de dos variables,

$$Z = X + W$$

en donde

$$X = X_0 \pm \delta X$$
$$W = W_0 \pm \delta W$$

por lo tanto,

$$Z = (X_0 \pm \delta X) + (W_0 \pm \delta W) \qquad (7)$$

Como a la magnitud "Z" se le debe asociar una incertidumbre absoluta δZ, entonces

$$Z = Z_0 \pm \delta Z \qquad (8)$$

Combinando las ecuaciones 7 y 8 y tomando el valor máximo de δZ se obtiene

$$\delta Z = \delta X + \delta W \qquad (9$$

El signo positivo en esta ecuación se debe a que se ha considerado que los errores pueden actuar en el mismo sentido.

Resta

Si una magnitud Z se obtiene por la diferencia de dos variables,

$$Z = X - W$$

donde

$$X = X_0 \pm \delta X$$
$$W = W_0 \pm \delta W$$

por lo tanto,

$$Z = (X_0 \pm \delta X) - (W_0 \pm \delta W) \qquad (10)$$

Como a la magnitud Z se le debe asociar una incertidumbre absoluta δZ, entonces

$$Z = Z_0 \pm \delta Z \qquad (11)$$

Combinando las ecuaciones (10) y (11) y tomando el valor máximo de δZ se obtiene:

$$\delta Z = \delta X + \delta W \qquad (12)$$

De acuerdo con los resultados obtenidos se puede concluir que tanto en la suma como en la resta de dos magnitudes la incertidumbre absoluta del resultado es la suma de las incertidumbres absolutas de las magnitudes que intervienen en la operación. Ejemplo: Si al medir el volumen de un objeto por desplazamiento de agua en una probeta se obtienen los siguientes valores: V_1 = (340 ± 0.5) ml y V_2 = (392 ± 0.5) ml, el volumen del objeto se debe reportar así:

$$V = (52 \pm 1) \text{ ml}$$

ya que la incertidumbre absoluta asociada al volumen del objeto es igual:

$$\delta V = \delta V_1 + \delta V_2$$

Ejemplo 4.11

Al medir los ángulos interiores de un triángulo rectángulo con un transportador graduado en grados sexagesimales se obtuvieron los siguientes valores:

$\alpha = 89.4° \pm 0.5°$

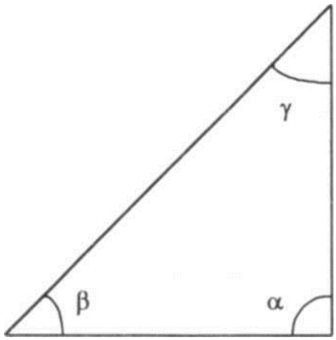
$\beta = 30.0° \pm 0.5°$

$\gamma = 61.5° \pm 0.5°$

a) Determinar la incertidumbre absoluta de la suma (S) de los ángulos internos.

b) Dibujar el intervalo de incertidumbre y verificar si dentro de dicho intervalo se encuentra lo que establece la geometría en cuanto al valor de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

SOLUCIÓN



La suma de los ángulos interiores es igual a:

$S_0 = \alpha_0 + \beta o + \gamma o$

en función de los valores:

$So = 89.4 + 30 + 61.5$

$S_0 = 180.9°$

La incertidumbre absoluta de la suma de los ángulos interiores (δS) es igual a la suma de las incertidumbres absolutas de los ángulos interiores, es decir:

$$\delta S = \delta\alpha + \delta\beta + \delta\gamma$$

Sustituyendo valores:

$$\delta S = 0.5 + 0.5 + 0.5$$

$$\delta S = 1.5°$$

De manera que el resultado de la suma se debe expresar como:

$$S = So \pm \delta S$$

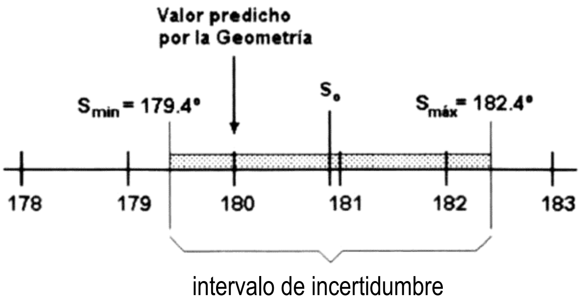
$$S = 180.9° \pm 1.5°$$

Para dibujar el "intervalo de incertidumbre" se calculan antes los valores máximo y mínimo de la suma de los ángulos anteriores. Es decir:

$$S_{máx} = S_0 + \delta S = 180.9 + 1.5 = 182.4°$$

$$S_{min} = S_0 - \delta S = 180.9 - 1.5 = 179.4°$$

Se dibuja una recta horizontal con una escala conveniente en la que aparezcan; S_{max}, S_{min} y S_0.



Como se observa el valor de 180° predicho por la geometría para la suma de los ángulos interiores de un triángulo, se encuentra dentro del intervalo de incertidumbre.

Multiplicación

Sea Z una magnitud que se obtiene del producto de dos variables

$Z = X\,W$

donde

$X = X_0 \pm X$
$W = W_0 \pm \delta W$

Como a la magnitud Z se le debe asociar una incertidumbre, entonces

$Z = Z_0 \pm \delta Z$

El valor máximo de Z se calcula de

$Z_0 + \delta Z = (X_0 + \delta X)\ (W_0 + \delta W)$

Por lo tanto,

$Z_0 = X_0\ W_0$
$\delta Z = X_0 \delta W + W_0\ \delta X + \delta W\ \delta W$

Si δX y δW son cantidades muy pequeñas, su producto se puede despreciar quedando:

$\delta Z = X_0\ \delta W + W_0\, \delta X$

Al dividir ambos miembros de la ecuación anterior por Z_0 se obtiene la incertidumbre relativa de Z.

$$\frac{\delta Z}{Z_0} = \frac{X_0 \delta W}{Z_0} + \frac{W_0 \delta X}{Z_0}$$

Finalmente:

$$\frac{\delta Z}{Z_0} = \frac{\delta W}{W_0} + \frac{\delta X}{X_0}$$

División

Sea Z una magnitud que se obtiene del cociente de dos variables:

$$Z = \frac{X}{W}$$

donde

$$X = X_0 \pm \delta X$$

$$W = W_0 \pm \delta W$$

Como a Z se le asocia una incertidumbre δZ,

$Z = Z_0 \pm \delta Z$ Por lo tanto,

$$Z_0 \pm \delta Z = \frac{X_0 \pm \delta X}{W_0 \pm \delta W}$$

Se calcula el valor máximo de Z de la siguiente ecuación

$$Z_0 + \delta Z = \frac{X_0 + \delta X}{W_0 - \delta W}$$

Despejando δZ y sustituyendo Z_0 por X_0/W_0 se tiene:

$$\delta Z = \frac{X_0 + \delta X}{W_0 - \delta W} - \frac{X_0}{W_0}$$

$$= \frac{W_0 \delta X + X_0 \delta W}{W_0 \left(W_0 - \delta W\right)}$$

Como δW es pequeño comparado con W_0, se puede despreciar este término en el denominador, por lo que se obtiene

$$\delta Z = \frac{W_0 \delta X + X_0 \delta W}{W_0^2}$$

Dividiendo entre Z_0 ambos miembros de la igualdad se obtiene la incertidumbre relativa de Z ·

$$\frac{\delta Z}{Z_0} = \frac{\delta X}{X_0} + \frac{\delta W}{W_0} \tag{14}$$

Se puede concluir que de acuerdo con los resultados que se obtienen la incertidumbre relativa de un producto o de un cociente es igual a la suma de las incertidumbres relativas de las magnitudes que intervienen en la operación.

Ejemplo 4.12

Si en la determinación de la potencia eléctrica de una resistencia se midieron el voltaje y la corriente eléctrica y se obtuvieron los siguientes resultados:

$V = (50 \pm 1)\ v;\ I = (4 \pm 0.5)\ A,$

la incertidumbre relativa asociada a la potencia eléctrica es igual a:

$$\begin{aligned}\frac{\delta P}{P} &= \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta I}{I} \\ &= \frac{1}{50} + \frac{0.5}{4} \\ &= 0.145\end{aligned}$$

y la incertidumbre absoluta asociada a P es igual a:

$$\begin{aligned}\delta P &= P.(0.145) \\ &= 200(0.145) \\ &= 29.0 \text{ watts}\end{aligned}$$

Por lo tanto, el resultado se debe expresar así:

$P = (200 \pm 29)$ watts.

4.10 MÉTODO GENERAL PARA CALCULAR LA INCERTIDUMBRE EN FUNCIONES DE DOS O MÁS VARIABLES

Si se admite que las incertidumbres absolutas δx, δw, δz... son muy pequeñas comparadas con x, w, $z\ldots$ entonces se pueden aplicar las reglas del cálculo diferencial para determinar la incertidumbre al resultado que se obtenga en una medición indirecta.

Sea una magnitud z función de las variables x y w

$$z = f(x, w) \qquad (15)$$

donde x y w son variables independientes; entonces la diferencial tiene por valor

$$dz = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial w} dw \qquad (16)$$

Pero si se trata a las diferenciales como incertidumbres absolutas se obtiene la expresión general mediante la cual se obtiene la incertidumbre asociada a una medición indirecta:

$$\delta z = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial w} \delta w \qquad (17)$$

La derivada parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial w}$ se evalúan para los valores x_0 y w_0. El signo que se les debe asociar a las incertidumbres absolutas δx y δw dependerá del signo resultante de las derivadas parciales, debido a que en el cálculo de δz se consideran las contribuciones de los errores de todas las variables en el mismo sentido.

Ejemplo 4.13

Si se aplica la ecuación (17) para determinar la incertidumbre absoluta δz, cuando z la da la ecuación

$$z = x + w$$

se obtiene

$$\delta z = \frac{\partial (x + w)}{\partial x} \delta x + \frac{\partial (x + w)}{\partial w} \delta w$$

$$\delta z = \delta x + \delta w$$

Como se observa, esta expresión es igual a la de la ecuación (9) que se obtuvo de modo distinto.

Puesto que en la física como en la química es muy frecuente encontrar ecuaciones de la forma:

$$y = x^{a} w^{b}$$

donde: a y b pueden ser positivos o negativos, enteros o fracciones.

Se considera importante determinar una expresión general para conocer la incertidumbre de y. Para conocer dicha expresión se aplicará el método general para calcular la incertidumbre.

Puesto que:

$$y = f(x, w)$$

Entonces δy se obtendrá de:

$$\delta y = \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial w}\delta w$$

Que en este caso es igual a:

$$\delta y = \frac{\partial\left(x^{a} w^{b}\right)}{\partial x}\delta x + \frac{\partial\left(x^{a} w^{b}\right)}{\partial w}\delta w$$

$$\delta y = aw^{b} x^{a-1}\left(\frac{\partial x}{\partial x}\right)\delta x + bx^{a} w^{b-1}\left(\frac{\partial w}{\partial w}\right)\delta w$$

Al dividir entre "y" cada miembro de la igualdad:

$$\frac{\delta y}{y} = \frac{aw^{b} x^{a-1}}{x^{a} w^{b}}\delta x + \frac{bx^{a} w^{b-1}}{x^{a} w^{b}}\delta w$$

Por lo tanto:

$$\frac{\delta y}{y} = a\frac{\delta x}{x} + b\frac{\delta w}{w}$$

Expresión que relaciona la incertidumbre relativa de las variables que intervienen en la ecuación.

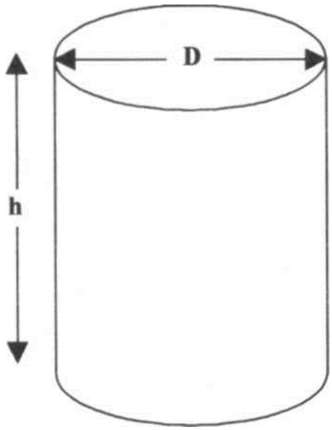
Ejemplo 4.14

Determinar la incertidumbre relativa del volumen de un cilindro cuyas dimensiones aparecen en la figura y expresar el resultado en función de la incertidumbre porcentual.

SOLUCIÓN

D = (2.4 ± 0.1)cm

h = (10.0 ± 0.5) cm



Considerando que el volumen de un cilindro se obtiene por:

$$V = \frac{\pi D^2}{4} h$$

Aplicando el método general para determinar la incertidumbre relativa:

$$\delta V = \partial \frac{\left(\frac{\pi D^2}{4} h\right)}{\partial D} \delta D + \partial \frac{\left(\frac{\pi D^2}{4} h\right)}{\partial h} \delta h$$

$$\delta V = \left(\frac{\pi D h}{2}\right) \delta D + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \delta h$$

Dividiendo entre V se obtiene:

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{2\delta D}{D} + \frac{\delta h}{h}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{\delta V}{V} = 2\left(\frac{0.1}{2.4}\right) + \frac{0.5}{10}$$

$$\frac{\delta V}{V} = 0.13$$

La incertidumbre porcentual es igual a:

$$\frac{\delta V}{V} \times 100\% = (0.13)(100) = 13\%$$

Por lo tanto el volumen se puede expresar por: V = 45cm^3 ± 13%

4.11 CIFRAS SIGNIFICATIVAS

El valor numérico que se obtiene en las mediciones directas es leído en muchas ocasiones en un instrumento analógico en el que aparecen una o varias escalas (figura 4.2). Al expresar la lectura sólo se deberá reportar aquellas cifras que pueden leerse directamente en la escala respectiva del instrumento.

El reportar el resultado de una medición con el número correcto de cifras, indica implícitamente la mínima escala del instrumento empleado en la medición y esto a su vez permite identificar la incertidumbre que se debe asociar a la medida.

Cada una de las cifras o dígitos que se obtienen en una medición y que el operador está razonablemente seguro de obtener en el instrumento de medición se denominan **cifras significativas.** Estas cifras están integradas por aquellas cifras de las que se está seguro y una cifra estimada, si es que el índice o extremo del objeto a medir queda entre dos divisiones y la distancia entre ambas es lo suficientemente amplia para que el operador la pueda apreciar.

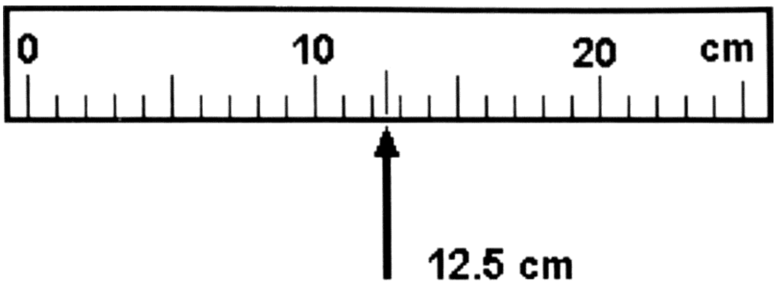


Figura 4.2 En la lectura de 12.5 las primeras cifras (1 y 2) son seguras y la tercera cifra (el 5) es estimada. Las tres cifras son significativas

En el caso de las mediciones indirectas, al hacer las operaciones correspondientes para obtener el resultado, se debe tener cuidado de citar el resultado final con el número de cifras significativas correcto; pues, cuando no se tiene experiencia, es muy fácil expresar el resultado de la operación con un mayor número de cifras significativas. Por ejemplo, si un auto recorre 17.0 m en 3.0 s su rapidez obtenida en la calculadora reporta un valor de 5.666666667 m/s, pero éste no es el resultado que se debe reportar. Un análisis de la incertidumbre de la distancia y el tiempo da los elementos para establecer que la rapidez del auto se debe reportar como 5.7 m/s.

En la obtención de este resultado, se tuvieron que eliminar cifras decimales debido a que no eran significativas, es decir, se recurrió al redondeo de cifras, procedimiento derivado del tratamiento estadístico de datos que se resume en unas cuantas reglas que aparecen en el apéndice de cifras significativas.

Una vez que se haya obtenido la incertidumbre del resultado final se debe plantear el problema del número de cifras significativas que deben conservarse en el resultado. Un criterio que puede seguirse es el de no dejar en el resultado cifras después de la primera cifra incierta estimada. Por ejemplo; (16.42751 ± 0.3) cm debe reportarse como (16.4 ± 0.3) cm, porque si 4 es incierto, las cifras 2751 lo son mucho más. Sin embargo, si se conoce la incertidumbre con mayor precisión, puede estar justificado el retener un cifras más. De este modo, si la incertidumbre en lugar de ser 0.3 cm es 0.35 cm, sería válido reportar el resultado como (16. 42 ± 0.35) cm.

Finalmente es fundamental recordar que el resultado y su incertidumbre se deben reportar de tal manera que sean consistentes con respecto al número de cifras significativas.

Como se observa, esta expresión es igual a la de la ecuación (9) que se obtuvo de modo distinto.

4.12 MEDIA ARITMÉTICA Y MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Como consecuencia de los errores aleatorios, al hacer repeticiones de una medida éstas en general resultan diferentes, y dado que no se conoce la medida que dé el valor verdadero, surgen dos preguntas interesantes: ¿Cuál es el valor que se debe reportar? ¿Qué incertidumbre es la que se debe asociar al resultado?

Para contestar la primera hay que tener presente que los errores aleatorios provocan en primer lugar que las medidas se distribuyan alrededor de un valor promedio, y en segundo que la frecuencia relativa de dichas medidas la describa la curva conocida como curva de Gauss (figura 4.3).

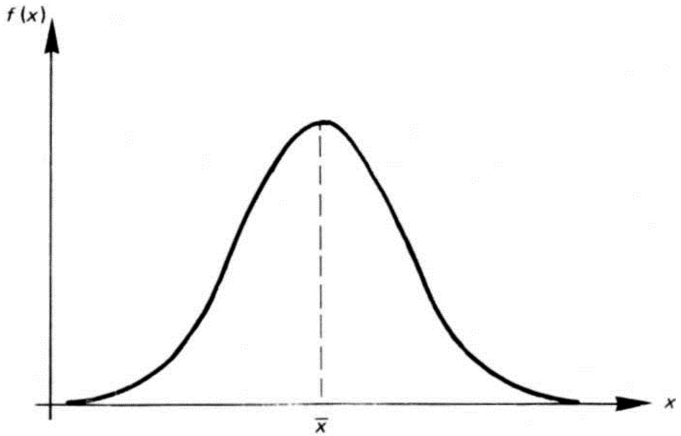


Figura 4.3 Curva de Gauss

Esta curva indica que los errores aleatorios ocurren igualmente en forma positiva o negativa y que la ocurrencia de desviaciones pequeñas es mucho más probable que la de desviaciones grandes.

De acuerdo con ello, el valor alrededor del cual se distribuyen las medidas es el que se acepta como el valor más probable y como la mejor estimación del valor verdadero. Este valor es la media aritmética o promedio cuyo cálculo se efectúa por la siguiente expresión matemática.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

$\overline{x}$ = Media aritmética.
$x_1\ x_2 ...\ x_n$ = Valor de cada lectura.
n = Número de lecturas.

Ejemplo 4.15

Si los valores obtenidos en la medición de una misma resistencia son: 52.7 Ω, 53.1 Ω, 53.0 Ω y 52.8 Ω, el valor más probable es:

$$\overline{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{4}$$

$$\overline{R} = \frac{52.7 + 53.1 + 53.0 + 52.8}{4}$$

$$\overline{R} = 52.9\Omega$$

Si varias medidas se repiten, es decir si el valor x_1 aparece con una frecuencia f_1, x_2 con una frecuencia f_2 *y* el valor x_n con una frecuencia f_n, entonces la media aritmética viene dada por la suma de cada valor multiplicado por su frecuencia y dividido por el número total de datos. Es decir

$$x = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + ... + x_n f_n}{N}$$; donde N = número total de datos

El valor verdadero de una cantidad medida es un parámetro estadístico muy útil en la teoría de las mediciones aunque su determinación exacta es imposible. El valor verdadero se puede definir como el valor medio de un conjunto infinito de mediciones que se realizan en condiciones constantes y representado por el símbolo μ. Así definido, el valor verdadero no es una variable sino una constante que se trata de estimar por métodos estadísticos. Puesto que no se puede obtener un conjunto infinito de mediciones para evaluar μ, se toma un conjunto finito. De acuerdo con ello y con la teoría estadística del muestreo, el valor medio $\overline{x}$ del conjunto muestra de "w" mediciones es la mejor estimación de μ.

En cuanto a la segunda pregunta, la respuesta rigurosa pertenece a la estadística; pero en estas notas se emplearán además criterios sencillos que reflejan la dispersión de los valores obtenidos. En tal situación, se puede asignar como incertidumbre a la **desviación absoluta máxima** (d.a.m.) que es simplemente la mayor de las diferencias absolutas entre el valor promedio y las lecturas obtenidas. Por ejemplo, la incertidumbre que se le puede asociar al valor 52.9 Ω del ejemplo anterior es 0.2Ω, el cual se obtuvo al hacer la diferencia entre el valor promedio y la lectura más alejada de dicho valor. Por lo tanto, el resultado se puede reportar así:

$$\boldsymbol{R} = (52.9 \pm 0.2)\ \Omega$$

En la asignación de la incertidumbre se utilizan índices de precisión como: rango, desviación media, desviación estándar, desviación estándar de la media, etc. Dichos índices son medidas de la dispersión de las lecturas obtenidas, y en vista de su importancia en las mediciones se definen a continuación.

Rango

Este índice de precisión no se evalúa en términos de un valor central, sino en términos de la dispersión. Se define como la diferencia entre la mayor y la menor de las lecturas que se obtienen al medir una magnitud. Se utiliza para tener una idea de la dispersión de los datos de una muestra pequeña.

Desviación media

La desviación media de un conjunto de lecturas de determinada magnitud x se define así:

$$\overline{\Delta x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\Delta x|}{n} \tag{19}$$

donde

$\overline{\Delta x}$ = desviación media

Δx_i = desviación del valor x, con respecto al valor x

n = número de lecturas

Ejemplo 4.16

En la medición de la masa de un cuerpo se obtuvieron los siguientes valores:

4.2 g, 4.0 g, 4.1 g, 4.2 g y 4.0 g

Por lo tanto, el valor más probable de la masa y la incertidumbre asociada a dicho valor es igual

m = (4.1 ± 0.1) g

ya que el valor más probable de *m* se obtuvo de

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^{5} m_i}{5}$$
$$= \frac{4.2 + 4.0 + 4.1 + 4.2 + 4.0}{5}$$
$$\bar{m} = 4.1g$$

y la incertidumbre asociada corresponde a la desviación media, la cual se obtuvo de

$$\overline{\Delta m} = \frac{\sum_{i=1}^{5} |\Delta m_i|}{5}$$
$$\overline{\Delta m} = \frac{|4.2 - 4.1| + |4.0 - 4.1| + |4.1 - 4.1| + |4.2 - 4.1| + |4.0 - 4.1|}{5}$$
$$\overline{\Delta m} = \frac{0.4}{5}$$
$$\overline{\Delta m} = 0.08g = 0.1g \text{ (redondeado)}$$

Desviación estándar

Es uno de los índices de precisión de más utilidad. Por lo general se representa con el símbolo σ. Se define para un conjunto infinito de lecturas como

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}} \qquad (20)$$

donde

σ = Desviación típica o estándar de un conjunto infinito de lecturas.
x_i = Una de las lecturas.
n = Número de lecturas.

La desviación estándar σ al igual que el valor μ son parámetros cuya determinación exacta es imposible. Lo mejor que se puede hacer con un conjunto finito de mediciones es considerarlo como una muestra del conjunto infinito y calcular la mejor estimación de σ**,** la cual se representa con el símbolo "*s*" y cuyo valor se obtiene de la siguiente expresión matemática:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}} \qquad \mathbf{(21)}$$

donde

s = Desviación de un conjunto finito de lecturas.

Cuando el número de mediciones es muy grande, los valores de s y σ son prácticamente iguales, no así cuando la muestra es pequeña.

Al reportar el resultado de una medición como $x \pm \boldsymbol{s_x}$ se establece que el 68% de las lecturas se encuentra en dichos intervalo; pero si el resultado se reporta como $x \pm 2\boldsymbol{s}_x$ *o* como $x \pm \boldsymbol{3s_x}$**,** entonces el 95% y 99% de las medidas se encuentran respectivamente en dichos intervalos.

La relación entre la desviación media $\mathbf{\Delta x}$ y la desviación estándar s, está dada por la siguiente ecuación:

$$\overline{\Delta x} = 0.8 s_x$$

Desviación estándar del promedio

Si x es el promedio de una serie de medidas $x_1\ x_2\ \dots\ x_n$ y al hacer otra serie de n medidas en las mismas condiciones que la anterior se obtienen valores $x'_1,\ x'_2 \dots\ x'_n$ cuyo promedio $\overline{x}'$ no necesariamente tiene que ser igual a x**.** De igual modo,, las desviaciones s y s' no son idénticas, aunque sí del mismo orden de magnitud. Por lo tanto, los promedios $\overline{x}',\ \overline{x}'',\dots\ \overline{x}^n$ que se obtienen por medio de M series de mediciones con n valores cada uno fluctuarán alrededor de un promedio general $\left(\overline{\overline{x}}\right)$ de valor

$$\overline{\overline{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{M} \overline{x}^i}{M} \tag{22}$$

y la medida de la dispersión de esos promedios considerados como lecturas individuales de una serie de mediciones será:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M}\left(\overline{x}^i - \overline{\overline{x}}\right)^2}{M}} \tag{23}$$

donde

σ_m = Desviación estándar del promedio.
$\overline{\overline{x}}$ = Valor promedio de los promedios.
M = Número de serie de mediciones.

Esta desviación estándar del promedio también se puede calcular por la siguiente expresión matemática:

$$\sigma_m = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{24}$$

Esta última ecuación permite predecir la fluctuación del promedio de una serie de n mediciones sin necesidad de realizar más series de mediciones. Según la ecuación (24), cuanto más mediciones se hagan, tanto más se acercará el promedio al valor verdadero, pues el rango de fluctuación que se espera para el promedio dado por σ_m estará cada vez más restringido. Esta es la razón por la cual el valor de una magnitud se conoce tanto mejor cuanto más mediciones se realizan.

Ejemplo 4.17

Dado el siguiente conjunto de mediciones de corriente eléctrica tomadas de un amperímetro, encontrar:

a) Su valor promedio.
b) Desviación media.
c) Desviación estándar.
d) Desviación estándar del promedio.

Datos:

No. de lectura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I\,(\mu A)$	4767	4762	4763	4765	4761	4758	4762	4763	4762	4769

Solución:

a) El valor promedio o media aritmética

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^{10} I_i}{10}$$

$$= \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + ... + I_{10}}{10}$$

$$= 4\ 763\ \mu A$$

b) La desviación media

$$\overline{\Delta I} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \left| I_i - \bar{I} \right|}{10}$$

$$= \frac{4 + 0 + 2 + 5 + 0 + 6 + 1 + 1 + 0 + 1}{10}$$

$$= 2.2\ \mu A$$

c) La desviación estándar

$$s_I = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (I_i - \bar{I})^2}{n - 1}}$$

$$= \frac{88}{9}$$

$$= 3.1\ \mu A$$

d) La desviación estándar del promedio

$$\sigma_m = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$= \frac{3.1}{\sqrt{10}}$$

$$= 1\ \mu A$$

Por lo tanto, el resultado se puede expresar como I

$= (4\ 763 \pm 1)\ \mu A$

También se puede expresar como $I \pm 3\ \sigma_m$, es decir:

$I = (4\ 763 + 3)\ \mu A$.

4.13 CÁLCULO DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR EN MEDICIONES INDIRECTAS

Como ya se dijo, la determinación experimental del valor de ciertas magnitudes físicas, como la velocidad o la densidad, rara vez se obtiene con métodos de medición directa. Por lo general la magnitud por determinar es una función de una o más variables, como longitud, masa, tiempo, etc. El propósito de esta sección es determinar la desviación estándar asociada a una magnitud, la que es función de una o más variables.

Sea una magnitud z, función de las variables x y $\boldsymbol{w}$:

$$z = f(x, w)$$

Si los valores de las variables x y w se distribuyen de acuerdo con la curva de Gauss y sus desviaciones estándar son s_x y s_w respectivamente, para determinar la desviación estándar $\boldsymbol{s_z}$ asociada a $z = f(x, w)$ se debe emplear la siguiente expresión matemática:

$$s_Z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 S_w^2} \qquad (25)$$

Si z es una función de más de dos variables es conveniente agregar términos similares a la ecuación anterior s_z. Por lo general se está interesado en la desviación estándar del promedio, por lo que su cálculo se realiza de la siguiente ecuación:

$$\sigma_{mz} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 \sigma_w^2} \qquad (26)$$

donde

$\boldsymbol{\sigma_{mx}}$, $\boldsymbol{\sigma_{my}}$, $\boldsymbol{\sigma_{mz}}$ = desviaciones de la media de $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{w}$ y z, respectivamente.

Para ilustrar la aplicación de la ecuación (25) a continuación se obtiene la desviación estándar para las relaciones funcionales más frecuentes de z.

Suma y diferencia de dos variables

Si

$$Z = X \pm W$$

Se tiene

$$\overline{\partial X} = 1 \,;\, \overline{\partial W} = \pm 1$$

Entonces, sustituyendo estos valores en la ecuación (25) se obtiene

$$s_z = \sqrt{s_x^2 + s_w^2}$$

La desviación estándar de la suma o de la diferencia de dos variables es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las desviaciones estándar de las variables.

Producto de dos variables

S

$$Z = XW$$

Se tiene

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = W; \; \frac{\partial Z}{\partial W} = X$$

Entonces

$$s_z = \sqrt{W^2 \, s_x{}^2 + X^2 \, s_w{}^2}$$

también se puede expresar asi:

$$\frac{s_z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{s_w}{W}\right)^2 + \left(\frac{s_x}{X}\right)^2}$$

La desviación estándar fraccional del producto de dos variables es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las desviaciones estándar fraccionales de las variables. Este resultado también se obtiene cuando Z es el cociente de dos variables.

Potencia

$Z = X^{\alpha}$ donde α es una constante

Si

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = \alpha\, X^{\alpha - 1}$$

entonces al sustituir este valor en la ecuación (25) se obtiene:

$$s_z = \sqrt{(\alpha X^{\alpha - 1})^2\, s_x{}^2}$$

Por lo tanto,

$$\frac{s_z}{Z} = \alpha\, \frac{s_x}{X}$$

La desviación estándar fraccional de una cantidad elevada a una potencia es "α" veces la desviación estándar fraccional de la cantidad base.

Ejemplo 4.18

1. Si dos resistencias:

= (300 ± 3) Ω y R_2 = (200 ± 6) Ω

en donde

s_{R1} = 3 Ω y s_{R2} = 6 Ω

se conectan en serie, se obtiene el resultado

$$R = R_1 + R_2$$

$$s_R = \sqrt{s_{R1}^2 + s_{R2}^2}$$

o sea

$$R = (500 \pm 7)\Omega$$

Ejemplo 4.19

Un condensador C = (1 ± 0.1) μf es cargado con una diferencia de potencial de V = (40 + 1) V, siendo $s_c = 0.1\ V$ y $s_v = 1\ V$, tiene una carga cuyo valor se calcula de:

$$Q = CV$$

$$\frac{s_Q}{Q} = \sqrt{\left(\frac{s_C}{C}\right)^2 + \left(\frac{s_V}{V}\right)^2}$$

Por lo tanto, el resultado se expresa como

$$\boldsymbol{Q} = (40 + 4)\ \boldsymbol{\mu C.}$$

4.14 EL ANÁLISIS DE LA INCERTIDUMBRE EN LA PLANIFICACIÓN DE EXPERIMENTOS

En la planeación de experimentos el análisis de la incertidumbre permite efectuar una selección apropiada de instrumentos, así como un un diseño adecuado del experimento, a fin de lograr los objetivos establecidos. En la experimentación el análisis preliminar de incertidumbre se utiliza también para seleccionar el método de medición que más se ajuste a los propósitos del experimento. Por ejemplo, si se quiere medir la potencia eléctrica que disipa una resistencia con el menor error posible y se dispone en el laboratorio de un amperímetro, un voltímetro y un ohmetro a los que el fabricante ha asociado una incertidumbre porcentual del 5%, 2% y 1% respectivamente, se debe realizar un análisis de la incertidumbre para los distintos métodos de medición a fin de seleccionar el que introduzca el menor error. Se sabe que para determinar la potencia eléctrica se pueden utilizar varios métodos de medición. El primero consiste en medir el voltaje y la corriente eléctrica a través de la resistencia y tomar el producto de dichas variables; es decir,

$$P = VI$$

En este método la incertidumbre porcentual asociada al valor de P se obtiene de

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta I}{I}$$

Por lo tanto,

$$\frac{\delta P}{P}\ (\%) = 2 + 5$$

$$= 7\%$$

El segundo método consiste en medir la resistencia y el voltaje para sustituir los resultados obtenidos en la ecuación:

$$P = V^2/R$$

Por lo tanto, la incertidumbre porcentual se calcula de

$$\frac{\delta P}{P} = 2\ \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta R}{R}$$

P = I^2R.

o sea que

$$\frac{\delta P}{P}\ (\%) = 2(2) + 1$$

$$= 5\%$$

En el tercer método se mide la resistencia y la corriente eléctrica y los valores que se obtengan se sustituyen en:

Por lo que la incertidumbre porcentual asociada a la potencia eléctrica se calcula de:

$$\frac{\delta P}{P} = 2\ \frac{\delta I}{I} + \frac{\delta R}{R}$$

o sea que

$$\frac{\delta P}{P}(\%) = 2(5) + 1$$

$$= 11\%$$

De estos métodos el que menor error introduce en el valor de ***P*** con el instrumental existente en el laboratorio es el segundo, por lo que será este método el que se utilice en la medición. Pero si se quisiera mejorar aún más la medición se tendría que cambiar el voltímetro por otro mejor, ya que este instrumento es el que contribuye al error en mayor porcentaje. En otro tipo de mediciones se disminuye la incertidumbre aumentando el número de lecturas porque se sabe que la desviación del promedio es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de lecturas.

Para que se aproveche al máximo el análisis de incertidumbre en la planificación de un experimento se sugiere el siguiente procedimiento:

1. Establecidas las variables por medir, seleccionar algunas alternativas en cuanto a las técnicas de medición.
2. Efectuar un análisis de incertidumbre para cada técnica de medición.
3. Comparar las diferentes técnicas de medición con base en el costo, disponibilidad de la instrumentación, incertidumbre calcu-culada, etc.
4. Finalmente, realizar la medición con la técnica que se seleccione y al resultado que se obtenga asociarle la incertidumbre calculada.

De lo anterior se deduce que el análisis de la incertidumbre es una herramienta que permite al experimentador manejar una gran variedad de circunstancias en las investigaciones experimentales.

4.15 COMBINACIÓN DE DISTINTOS TIPOS DE INCERTIDUMBRE

En las mediciones indirectas, a menudo las variables que intervienen en la ecuación tienen asociadas incertidumbres de diferentes tipos. Por ejemplo, consideremos que se desea conocer la incertidumbre de $y = f(x, w)$; donde x es una cantidad que tiene asociada una incertidumbre absoluta δx y w tiene asociada una desviación estándar s_w de la muestra. Ante esta situación, la incertidumbre de *"y"* no se puede determinar con los métodos descritos en las secciones anteriores.

Para resolver el problema de qué hacer para determinar la incertidumbre de "y" se puede proceder de manera sencilla y práctica al multiplicar 3/2 por s„„ para tener una estimación de δ_w y poder combinarla con δ_x de acuerdo a lo establecido en las secciones 4.9 y 4.10.

Si se quiere conocer s_y entonces lo que se hace es multiplicar δ_x por 2/3 para aproximarse al valor de s_x, el cual se puede combinar con s_x acuerdo a los métodos de la sección 4.13. Hacer esto, implica que s_w y 2/3 δ_x se refieran a la misma probabilidad.

Ejemplo 4.20

Para medir la potencia eléctrica se midió la intensidad de corriente una sola vez y el resultado obtenido fue $I = (4.2 \pm 0.1)$ A. Mientras que la medición del voltaje se hizo 10 veces y dado que cada medición arrojó un resultado diferente, se le asoció una desviación estándar de manera que su resultado fue de $V = (12.2 \pm 0.2)\ V$, donde 12.2 V es la media aritmética de las diez medidas. ¿Cuánto vale la incertidumbre relativa de la potencia eléctrica?

SOLUCIÓN

Puesto que:

$$I = I_0 \pm \delta I \qquad \text{y} \qquad V = V \pm S_v$$
$$I = (4.2 \pm 0.1)\text{ A} \qquad\qquad V = (12.2 \pm 0.2)V$$

Lo primero que se hace es multiplicar s_v por 3/2 de manera que se pueda considerar dicho resultado como la incertidumbre absoluta δV. Hecho esto, se puede determinar la incertidumbre relativa de P a partir de su fórmula.

Es decir:

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta I}{I}$$

Sustituyendo valores

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{0.3}{12.2} + \frac{0.1}{4.2}$$

$$\frac{\delta P}{P} = 0.05 \text{ (Es decir 5\% de precisión)}$$

4.16 PREGUNTAS

1. ¿A que se le llama error en las mediciones?
2. ¿Qué es un error sistemático?
3. ¿Qué es un error aleatorio?
4 ¿Es posible conocer el valor "verdadero" en las mediciones?
5. ¿Qué es la incertidumbre experimental?
6. ¿Qué son las cifras significativas?
7. ¿Qué ecuación define la media aritmética de un conjunto de mediciones?
8. ¿Cómo se define el rango?
9. ¿Qué ecuación define a la desviación media?
10 ¿Cuántos elementos debe tener el resultado de una medición?

4.17 EJERCICIOS

1. Escribe en el paréntesis una V si el enunciado es verdadero y una F si es falso.
   1 . 1 ( ) La media aritmética es una medida de dispersión.
   1.2 ( ) El error sistemático se puede estimar o eliminar en las mediciones.
   1.3 ( ) La incertidumbre experimental es una estimación del valor del error experimental.
   1.4 ( ) La incertidumbre relativa se define como el cociente de la incertidumbre absoluta y el valor medido o promedio.
   1 . 5 ( ) Las cifras significativas son los dígitos que se obtienen en una medición y de los cuales está razonablemente seguro el operador.

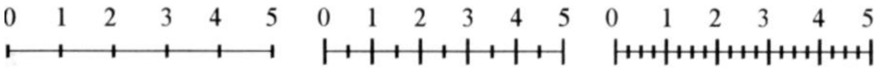
1.6 ( ) El error relativo de una suma o una diferencia es la suma de los errores absolutos de cada una de las variables que intervienen en dicha suma o diferencia.

1.7 ( ) La incertidumbre relativa de un producto es igual a la suma de las incertidumbres relativas de las magnitudes que intervienen en la operación.

1.8 ( ) Si el resultado se reporta como $x \pm 2s$, el 99% de las medidas se encuentran en dicho intervalo.

1.9 ( ) El error aleatorio durante un número de mediciones del mismo mensurando varia de manera imprevisible.

2. Indica en el espacio correspondiente la incertidumbre absoluta que se puede asociar en cada una de las escalas. Considera el criterio de que la incertidumbre absoluta puede ser igual a la mitad de la división más pequeña de la escala.



2.1 ____________ 2.2 ____________ 2.3 ____________

3. Cada una de las cantidades que aparecen en las operaciones contienen exclusivamente cifras significativas. Obtener el resultado de cada operación con el número correcto de cifras significativas.

3.1) 4.162
+ 16.21
8.6

3.2) 4.32
X 8.2

3.3) $(4.6)^3 =$

3.4) sen (4.6°) =

4.18 PROBLEMAS

1. Una regla graduada en milímetros es empleada para medir el largo de un lápiz. Si el valor obtenido es de 12.4 cm. a) ¿Cuánto vale la incertidumbre absoluta en la medición? *b)* ¿Cuánto vale la incertidumbre relativa?
2. ¿Cuál es la distancia más pequeña que puede ser medida por una regla de 30 cm graduada en milímetros para que la incertidumbre porcentual sea igual al uno por ciento?
3. Si por una resistencia eléctrica circula una corriente de (1.3 ± 0.1) A, cuando se le aplica un voltaje de (5.4 ± 0.1) V. Calcular: a) la

resistencia eléctrica, b) la incertidumbre relativa de la resistencia eléctrica.

4. En un experimento para medir la aceleración de la gravedad se empleó un péndulo. Si el período se midió con una incertidumbre porcentual del 3% y la longitud del péndulo con un 4%. ¿Cuál es la incertidumbre porcentual del valor medido de g?
5. ¿Cuál de las dos mediciones es más precisa? Justifica tu respuesta.

   a) (5.31 ± 0.01) g *b)* (53.10 ± 0.01) g

6. ¿Cuál es el intervalo de incertidumbre de un resistor de 1200 ohm con una tolerancia del 5%?
7. Mediante el método general determina la incertidumbre relativa de y en las siguientes ecuaciones.
   a) $y = x^n$
   b) $y = \text{sen}\, x$

8. Mediante el método general determina la incertidumbre absoluta de ζ en las siguientes ecuaciones.
   a) $z = xw$
   b) $z = x/w$

9. Determina la expresión de la incertidumbre relativa de la fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos cuyas masas están dadas por: $(m_1 + \delta m_1)$ y $(m_2 + \delta m_2)$ y la distancia entre ellas por $(r \pm \delta r)$.
10. Al medir la intensidad de la corriente eléctrica que circula por una resistencia eléctrica en las mismas condiciones, se obtuvieron los siguientes resultados.

N° de medición	1	2	3	4	5
i(A)	35.4	30.2	33.0	29.6	32.8

   a) ¿Cuál es el valor de corriente eléctrica más probable?
   b) ¿Cuál es el valor de la desviación media?

11. Al medir el tiempo de caída de una pelota se obtuvieron los siguientes valores,

N° de medición	1	2	3	4	5
t(s)	29.6	30.2	35.5	30.0	30.1

Calcular:

a) El valor más probable del tiempo de caída
b) El rango
c) La desviación media
d) La derivación estándar

12. Al medir la resistencia eléctrica de un resistor se encontraron los siguientes valores

N° de medición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 0
Resistencia (ohm)	23	21	20	22	21	24	20	21	23	22

a) ¿Cuál es su valor más probable?
b) ¿Cuál es el valor de la desviación media?
c) ¿Cuál es el valor de la desviación estándar?
d) Expresar el resultado de la resistencia eléctrica de manera que se garantice que el 99% de las mediciones se encuentren dentro del intervalo de incertidumbre.

5

Análisis gráfico

5.1 INTRODUCCIÓN

Los científicos e ingenieros con mucha frecuencia prefieren analizar los datos experimentales por métodos gráficos que por métodos analíticos, no sólo porque son más sencillos sino porque constituyen una herramienta que tiene muchas ventajas. Los métodos gráficos permiten al experimentador darse cuenta del comportamiento en conjunto de las variables que intervienen en determinado proceso y de la relación que existe entre dichas variables. Mediante las gráficas se pueden comparar rápidamente los resultados experimentales y las predicciones teóricas, además de que permiten obtener información significativa por medio de la interpolación, la extrapolación, etc.

Dos de las habilidades que deben tener ingenieros y científicos son: la de trazar curvas por los datos experimentales y la de obtener información relevante y significativa a partir de las gráficas. En la obtención de información se tendrá más éxito si se entiende el proceso o fenómeno relacionado con el experimento.

Sólo se aprovechan las ventajas de las gráficas si éstas están bien hechas, por lo que en este capítulo se indican algunas reglas generales para elegir el papel y las escalas, la representación de los puntos experimentales, el trazado y ajuste de curvas.

5.2 LAS GRÁFICAS

En la experimentación, cuando se tiene gran cantidad de datos, éstos con frecuencia se organizan para presentarse en forma de una gráfica, entendiéndose por gráfica un diagrama que usa líneas, círculos, barras o alguna otra forma geométrica para representar datos tabulados. Es pertinente aclarar que tanto las gráficas como las tablas presentan mucha información en poco espacio, pero el que se prefieran las gráficas a las tablas, a pesar de que para construir una gráfica se requiere primero una tabla, se debe a que ofrecen las siguientes ventajas:

- Mediante una gráfica es más fácil conseguir la atención, pues al igual que un dibujo vale más que mil palabras, una gráfica vale más que mil números.
- Es más fácil comparar una gráfica con otra que comparar una tabla con otra.
- Las gráficas revelan, en forma más rápida, ciertos rasgos que mediante un inspección de la tabla no se podrían obtener fácilmente, como son:

  a) Valor máximo
  b) Valor mínimo
  c) Periodicidad
  d) Variaciones de la pendiente, etc.

En la ciencia y en la ingeniería las gráficas tienen tres aplicaciones principales. En primer lugar, mediante una gráfica es muy rápido y sencillo determinar algunas características del fenómeno. Por ejemplo, por interpolación se puede encontrar el valor de una de las variables si se da el de la otra.

En segundo lugar, se utilizan como ayuda visual; por ejemplo, al comparar los resultados experimentales con una curva teórica en una misma gráfica, es muy fácil determinar por simple inspección si existe discrepancia entre las predicciones teóricas y los resultados experimentales.

Por último, en el trabajo experimental las gráficas permiten encontrar la relación existente entre dos y tres variables.

Lamentablemente las gráficas también tienen desventajas al presentar los datos experimentales, siendo la principal que con frecuencia no se pueda mostrar correctamente la precisión de las mediciones.

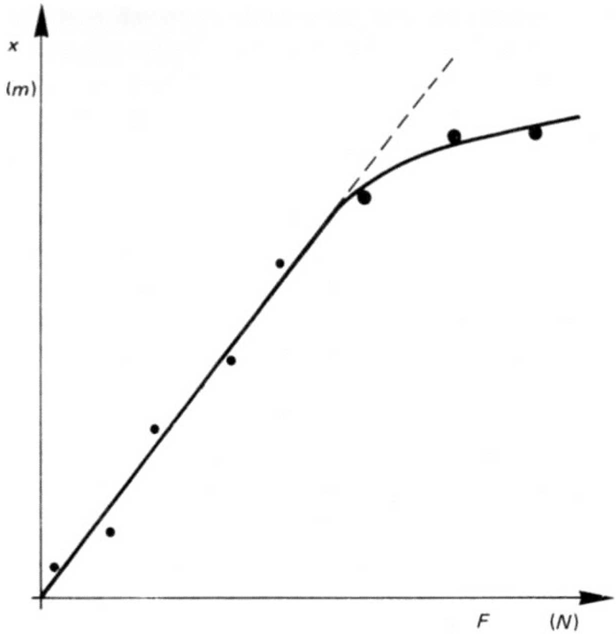


Figura 5.1 Gráfica que relaciona la deformación producida en un resorte por una fuerza.

Por ejemplo, si los resultados de una medición son 20.123 cm y 20.131 cm, quizá al graficarlos aparecerán en el mismo punto. La única manera de evitar esta falta de precisión es dibujar una gráfica muy grande, lo cual no siempre resulta práctico. La pérdida de precisión en una gráfica también se puede deber al ancho de las lineas trazadas con el lápiz o de que los puntos marcados sean demasiado burdos.

La mayoría de las gráficas que se utilizan en la ciencia son las denominadas gráficas funcionales, entendiéndose por gráfica funcional a la línea o conjunto de líneas en que se muestra la relación existente entre dos o tres variables.

En la figura 5.1 se muestra un ejemplo de una gráfica funcional, de la cual se puede deducir rápidamente en qué punto de la línea el comportamiento deja de ser lineal, así como el grado de dispersión de los datos. En esta gráfica se representa la relación entre el alargamiento de un resorte y la fuerza que lo produce. El hecho de que la fuerza se haya representado en el eje de las abscisas y el alargamiento del resorte en el eje de las ordenadas no es accidental sino resultado de una convención que establece que la variable independiente se debe graficar en el eje de las ordenadas. Así, la variable cuyo valor selecciona el experimentador se representa en el eje horizontal y la variable cuyo valor se determina en función del valor de la otra variable se representa en el eje vertical. El que una variable se considere dependiente o independiente depende de las condiciones del experimento y del criterio del experimentador.

Las gráficas se utilizan para obtener lecturas entre los puntos experimentales mediante el proceso denominado interpolación. El proceso opuesto, extrapolación, consiste en prolongar la gráfica para obtener valores fuera del intervalo experimental. La extrapolación no es un proceso seguro, por lo que se debe tener cuidado en su utilización.

5.3 ELABORACIÓN DE GRÁFICAS

La elaboración de gráficas es una tarea sencilla; sin embargo, por el desconocimiento de algunas normas el experimentador se puede encontrar con ciertas dificultades para realizarlas e interpretarlas. Para evitar esto se recomienda tomar en cuenta lo siguiente:

1. Elección del papel adecuado

La elección del papel adecuado se puede hacer de entre los muchos tipos que existen en el mercado. Los más comunes son el papel de coordenadas rectangulares uniformes, el semilogarítmico, el logarítmico y el de coordenadas polares. El que se utilice determinado papel para la elaboración de una gráfica depende del tipo de datos obtenidos y del problema por resolver. Por ejemplo, si se quieren determinar algunos parámetros cuando las funciones son exponenciales se debe graficar en papel semilogarítmico; pero si sólo se requiere mostrar el comportamiento del fenómeno se debe utilizar papel de coordenadas rectangulares uniformes (papel milimétrico).

El papel semilogarítmico tiene un eje con escala común y el otro con escala logarítmica. Este papel es particularmente útil para representar funciones exponenciales y en el caso de funciones que presentan variaciones muy grandes de una variable. El papel semilogarítmico tiene la propiedad de que convierte a la función $y = Ab^{xm}$ en una recta llevando la variable "y" en la escala logarítmica *y* "x" en la escala ordinaria.

El papel logarítmico es aquel cuyos dos ejes tienen escala logarítmica. Este tipo de papel es útil cuando las dos variables presentan variaciones grandes o cuando se trate de representar una función potencial del tipo $y = Ax^m$.

El papel polar consiste en una serie de círculos concéntricos y líneas radiales que cruzan dichos círculos; es útil cuando una de las variables es un ángulo.

2. Elección de la escala

La elección conveniente de las escalas se logra con la práctica, pero hay ciertas normas que facilitan la correcta elección y evitan malas interpretaciones. Primera, la escala de la variable independiente siempre es la abscisa del gráfico. Segunda, las escalas se escogen de tal manera que todos los puntos experimentales queden dentro de los límites del papel que se utilice. Tercera, la elección de las escalas debe-ser tal que el trazado de la gráfica tenga una pendiente próxima a 45°. Cuarta, las escalas que se elijan deben ser de empleo cómodo. Quinta, las escalas se seleccionan de modo que la división más pequeña corresponda aproximadamente a la incertidumbre de los datos. Sexta, las escalas no se dibujan a lo largo de los límites o el margen del papel que se utilice. Siempre se deja cierto espacio de 2 ó 3 renglones hacia el interior del papel. Séptima, no convienen las escalas excesivamente grandes o pequeñas; el primer caso llevaría a una precisión exagerada del trazado, mientras el segundo daría una precisión pequeña. Octava, se rotulan las escalas a lo largo de cada eje especificando magnitudes y unidades.

Finalmente, se debe hacer notar que las escalas no necesitan empezar en cero, a menos que el origen tenga una significación especial, y si hay datos significativos para representar determinadas zonas de la gráfica, pero no en todas, se puede "partir" la escala como se observa en la figura 5.2.

3. Trazo de los puntos experimentales

Una vez elegidas las escalas y el papel, se procede a la localización de los puntos experimentales, lo cual se consigue haciendo coincidir las líneas imaginarias perpendiculares con los ejes que pasen por las coordenadas de los datos experimentales, como se muestra en la figura 5.3.

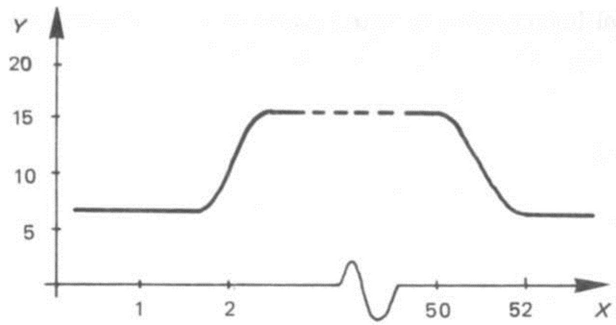


Figura 5.2 Escala

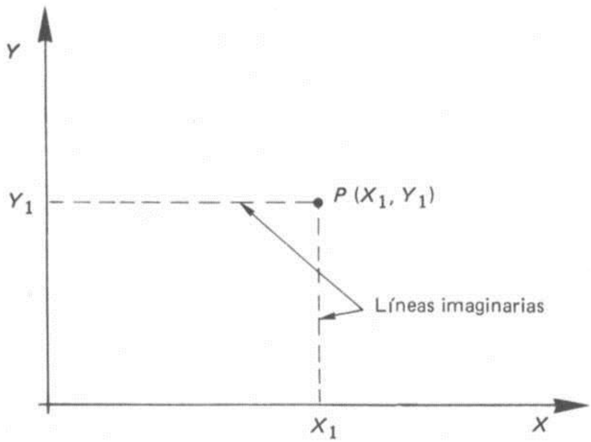


Figura 5.3 Localización del punto P de coordenas (X_1 , Y_1).

Los puntos experimentales se pueden representar con puntos, círculos, cruces, triángulos, etc. Cuando aparezcan dos o más curvas en la misma gráfica se deberán utilizar distintos símbolos para cada grupo de datos. Aun cuando las curvas pasen a través de todos los puntos experimentales, los símbolos de los puntos deben quedar claramente visibles.

Es conveniente marcar con lápiz las escalas de los ejes y los puntos experimentales, porque algunas veces se puede cambiar por conveniencia la escala o equivocarse en la localización de los puntos, y el que estén a lápiz facilita más su corrección. Cuando se está satisfecho con

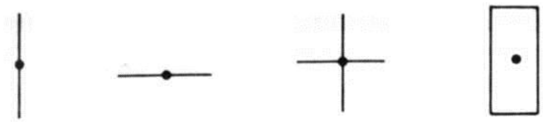


Figura 5.4 Representación gráfica de los datos experimentales y su incertidumbre.

la escala y la posición de los puntos, es fácil entintarlos para que resalten.

Algunos experimentadores prefieren utilizar rectángulos en vez de puntos para representar los datos, ya que así se está representando la incertidumbre asociada a cada variable, mediante los lados del rectángulo. Cuando una de las variables es mucho más precisa que la otra, el rectángulo queda prácticamente reducido a un segmento lineal, como se muestra en la figura 5.4.

4. Ajuste de la curva por los puntos experimentales

Una vez localizados los datos experimentales se procede a trazar una curva que se adapte a través de los puntos obtenidos. No siempre es fácil trazar la mejor curva que pase por todos los puntos. Con frecuencia, es necesario decidir entre la suavidad de la curva y su cercanía a dichos puntos. Normalmente la curva no debe contener picos, discontinuidades u otras peculiaridades, particularmente si hay razones teóricas para esperar que el fenómeno, o proceso se describa por medio de una curva sencilla. No es necesario que la curva pase por todos los puntos experimentales, pero debe pasar por los rectángulos de incertidumbre, con los centros de dichos rectángulos igualmente distribuidos a ambos lados de la curva como se muestra en la figura 5.5.

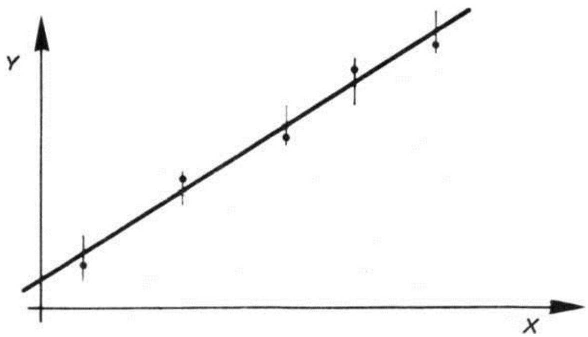


Figura 5.5 Línea recta que se adapta a los puntos experimentales.

Es conveniente trazar las curvas utilizando curvígrafos o escuadras francesas de plástico transparente. Cuando un punto experimental quede completamente alejado de la curva su valor se revisa mediante la repetición de la medida.

5. Título de la gráfica

El título de la gráfica debe ser breve pero descriptivo y se coloca dentro del margen del papel gráfico en un posición que no interfiera con la curva. También se debe incluir otro tipo de información, como notas que definan los puntos experimentales, así como datos que requiera el laboratorio o industria para el que se haya elaborado la gráfica.

5.4 GRÁFICAS LINEALES

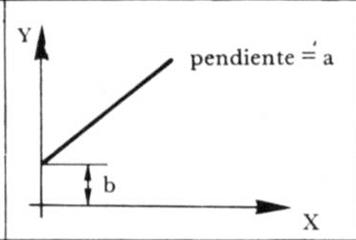
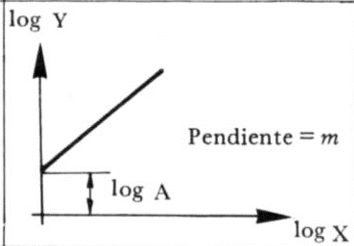
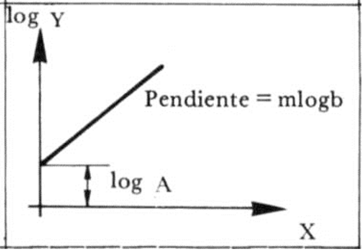
Siempre que sea posible el experimentador procura seleccionar el papel gráfico y las variables de las coordenadas de modo que la representación de la gráfica se acerque lo más posible a una línea recta.

La curva más sencilla es la línea recta, porque presenta muchas ventajas, como el que se puedan descubrir errores con un mínimo de cálculos, el que se reduzcan las complicaciones gráficas en cuanto a la representación y trazado de una curva suave.

Cuando los datos experimentales se representan con una línea recta es fácil obtener la relación analítica entre las variables; pero cuando los datos se representan con otro tipo de relación funcional se presentan dificultades. Esto es entendible porque una línea recta es reconocible a simple vista en el papel gráfico, mientras que la relación funcional de una curva arbitraria no se identifica fácilmente. Por ejemplo, las funciones polinomial, exponencial o logarítmicas se pueden representar con gráficas que presentan aproximadamente la misma apariencia. De esta manera lo más conveniente es tratar de graficar los datos en tal manera que se obtenga una línea recta para ciertos tipos de relaciones funcionales.

En la tabla 5**.1** se resumen algunos tipos de funciones y los métodos que se pueden utilizar para producir líneas rectas en el papel gráfico; también se muestran las mediciones gráficas que se pueden hacer para determinar las diferentes constantes. Es conveniente señalar que el método de los mínimos cuadrados se puede aplicar en todas estas

Tabla 5.**1** Métodos para granear varias funciones y obtener líneas rectas.

Relación funcional	*Método para graficar*	*Determinaciones gráficas de los parámetros*
$Y = aX + b$	Y contra X en papel lineal.	
$Y = AX^m$	log Y contra log X en papel log-log	
$Y = Ab^{mX}$	log Y contra X en papel semilogarít-mico.	

relaciones para obtener la mejor línea recta que se ajuste a los datos experimentales.

La aliniación de una gráfica requiere ingenio del experimentador, ya que hay muy pocas reglas que seguir. Sin embargo, si el experimentador tienes una buena idea del tipo de función que representará a los datos se seleccionará fácilmente el tipo de gráfica.

La ecuación de una recta es de la forma:

$$y = mx + b \tag{27}$$

donde: y es la variable dependiente, x es la variable independiente, m es la pendiente de la recta, y b es la ordenada al origen.

Si al graficar los datos de un determinado experimento se obtiene una línea recta, la pendiente (m) y la ordenada al origen (b) se pueden obtener de ésta, de manera que la ecuación entre las variables correspondientes a los datos graneados se obtiene al sustituir en la ecuación 27 los valores de m y b.

La ***pendiente*** (m) de una línea recta se define como el cociente entre la elevación y el avance entre dos puntos cualesquiera sobre la recta. Es decir:

$$m = \frac{\text{elevación}}{\text{avance}}$$

En función de dos puntos de la gráfica.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (28)$$

donde: (x_1 , y_1)son las coordenadas del punto P_1, y (X_2 , Y_2) son las coordenadas del punto P_2.

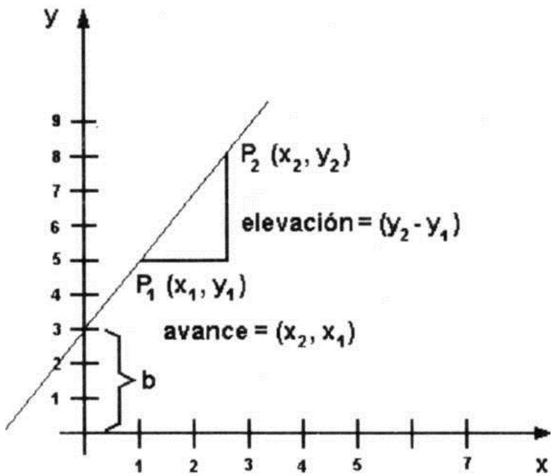


Figura 5.6 La pendiente

La *ordenada al origen* de una línea recta, representada por b, es el valor de la variable dependiente en donde la línea recta cruza al eje vertical, es decir, donde la variable independiente tiene un valor de cero. (Figura 5.6)

Ejemplo 5.1

Determinar la ecuación de la recta que aparece en la figura 5.7

SOLUCIÓN

Dado que se trata de una recta, la ecuación debe tener la forma

$$y = mx + b.$$

Los valores de m y b se obtienen de la gráfica de la figura 5.7. Para obtener la pendiente seleccionamos los puntos; Pi(1.9s, 7.5m) y P_2(4.7s, 13.4m) sobre la recta, de manera que m se determina de:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

es decir:

$$m = \frac{13.4 - 7.5}{4.7 - 1.9} = \frac{5.9}{2.8}$$

$$m = 2.1 \text{ m/s}$$

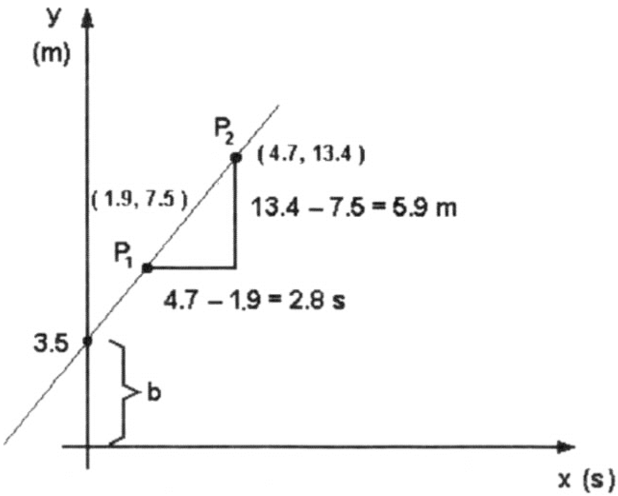


Figura 5.7 Gráfica de un movimiento rectilíneo uniforme en donde "x" representa el tiempo de recorrido y "y" la distancia recorrida.

La ordenada al origen se observa directamente en la gráfica y corresponde al punto de intersección entre la recta y el eje vertical (eje de las ordenadas). En este caso b =3.5m.

Habiendo determinado m y b, la ecuación que representa la recta de la figura 5.7 es igual a:

Además de los métodos mencionados en la tabla 5.1, en algunas ocasiones, cuando las relaciones funcionales son del tipo $y = Ax^m$, se emplea el *método del cambio de variable.* En este método primero se grafican los datos en un papel ordinario. Por inspección de la curva resultante se deduce qué tipo de relación debe existir. Por ejemplo, si se supone que la relación entre las dos variables es del tipo

$$y = Ax^2 \tag{29}$$

entonces se procede a graficar "y' en el eje de las ordenadas y x^2 en el eje de las abscisas, y si la curva que se obtiene es una línea recta, ésta se deberá representar analíticamente por:

$$y = A\,\theta$$

donde

$\theta = x^2$ (cambio de variable)
A = pendiente de la recta resultante

Pero si la curva no es una línea recta se deberá elevar la variable x a otra potencia diferente, hasta que se consiga en la gráfica una línea recta. Cuando se logra obtener la línea recta es fácil obtener el valor de los parámetros A y m, obteniéndose finalmente la relación funcional de las dos variables.

Para que se pueda hacer una estimación más precisa del valor que debe tener el exponente η en la ecuación $y = Ax^n$, se muestran en las figuras 5.8 y 5.9, curvas parabólicas e hiperbólicas para diferentes valores de n.

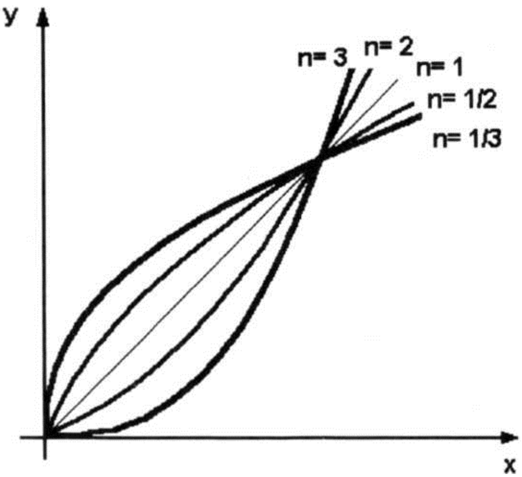


Figura 5.8 Las curvas parabólicas son

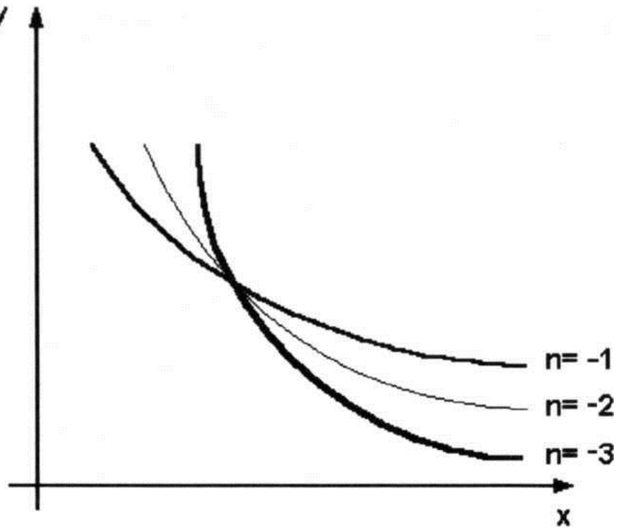


Figura 5.9 Las curvas hiperbólicas son curvas que se obtienen de la ecuación y = Ax", siempre y cuando η sea negativa.

Por ejemplo, para un péndulo simple la relación entre la longitud L y el periodo T es de la forma

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2$$

entonces al cambiar de variable T haciendo $x = T^2$ se obtiene:

$$L = \frac{g}{4\pi^2} x$$

Si se gráfica esta ecuación tomando los valores de "L" en el eje de las ordenadas y "x" en el eje de las abscisas resultará una línea recta que pasa por el origen y con una pendiente $g/4\pi^2$. Esto se muestra en la figura 5.10.

Para ilustrar este método de linearización veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 5.2

Encontrar la relación entre la distancia recorrida (d) y el tiempo empleado (t) por un deslizador que inicia su movimiento a partir del reposo sobre un riel de aire que forma un ángulo de 30° con la horizontal (figura 5.11).

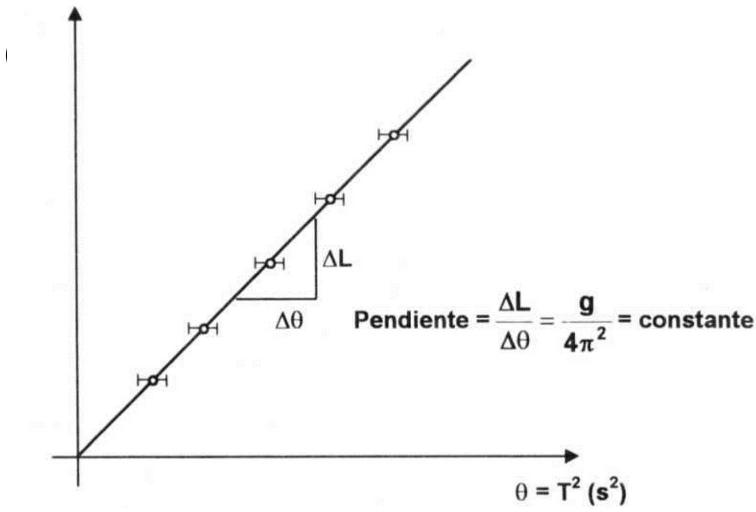


Figura 5.10 Gráfica de la longitud de un péndulo simple contra el cuadrado de su periodo.

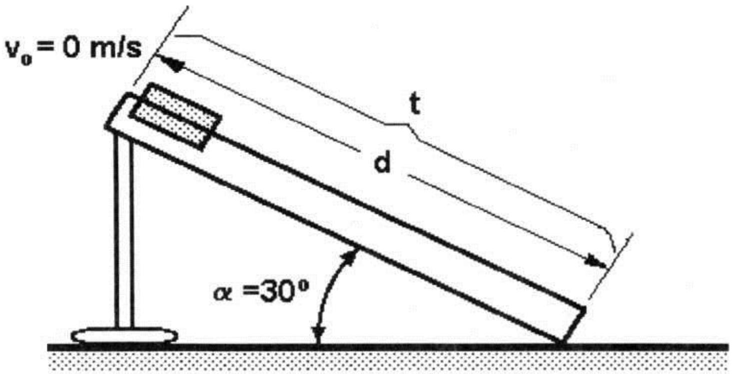


Figura 5.11 Deslizador sobre un riel de aire. La aceleración del deslizador es; a

En la tabla 5.2 se presentan los valores de los tiempos de recorrido para diferentes distancias del deslizador sobre el riel de aire.

d ± 0.01 (cm)	t ± 0.03 (s)
0	0
0.40	0.40
0.80	0.57
1.20	0.70
1.60	0.79
2.00	0.91
2.20	0.95

Para poder identificar la relación que existe entre t y d, lo primero que se hace es graficar en papel milimétrico los datos de la tabla 5.2. La gráfica resultante se muestra en la figura 5.12.

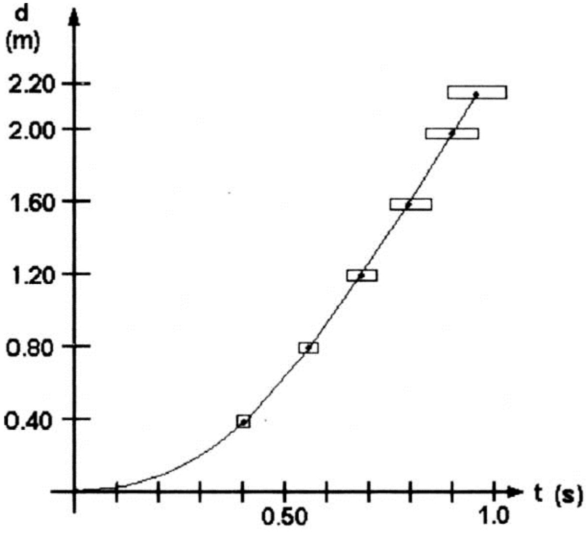


Figura 5.12 Gráfica de la distancia

Por inspección de la curva de la figura 5.12 y comparación de las curvas que aparecen en la figura 5.8 se puede considerar que la relación entre t y d es del tipo $y = Ax^n$, es decir; $d = At^n$, en donde η puede tener un valor igual a 2.

Con el propósito de verificar si esta suposición de que n = 2, es correcta, primeramente calculamos t^2 con su respectiva incertidumbre. En este caso t^2 se hace igual a θ (cambio de variable) y la incertidumbre $\delta\theta$ se obtiene de $\delta\theta = (2\delta t / t)\ \theta$. Los valores aparecen en la tabla 5.3.

Tabla **5.3.** Valores de d, t y d^2 para un deslizador sobre un riel de aire inclinado.

d ± 0.01 (m)	t ± 0.03 (s)	$\theta = t^2 \pm \delta\theta$ (s^2)
0	0	0
0.40	0.40	0.16 ±0.01*
0.80	0.57	0.32 ±0.03
1.20	0.70	0.49 ± 0.04
1.60	0.79	0.62 ± 0.05
2.00	0.91	0.83 ±0.05
2.20	0.95	0.90 ± 0.06

Hecho esto, se procede a continuación a graficar la distancia (d) contra θ en papel milimétrico, si se obtiene una recta, la suposición de que n = 2, es entonces correcta, si no fuera así, se habría obtenido una nueva curva.

La gráfica de d contra θ con sus respectivas incertidumbres se muestran en la figura 5.13. Puesto que la gráfica es una recta, se puede decir que efectivamente la relación entre d y t es del tipo $d = At^2$.

La pendiente A, y una estimación de su incertidumbre se pueden obtener gráficamente de la figura 5.14, al determinar las pendientes de las rectas con máxima y mínima inclinación que se pueden trazar por los intervalos de incertidumbre .

Para obtener la pendiente de cada recta (figura 5.14), seleccionamos dos puntos sobre ellas, en este caso uno de los puntos es el origen (0,0) y los otros puntos son; para la recta de mayor inclinación (0.62, 1.60) y para la recta de menor inclinación (0.49, 1.20). De esta manera las pendientes son:

$$A_{máx} = \frac{1.60 - 0}{0.62 - 0} = 2.58\ \frac{m}{s^2}; \qquad A_{min} = \frac{1.20 - 0}{0.49 - 0} = 2.44\ \frac{m}{s^2}$$

* $\delta\theta = (2(0.03)/0.40)\ (0.16) = 0.01$

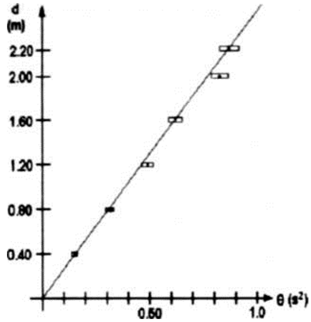


Figura 5.13 La relación entre d y θ es lineal cuya pendiente

$$A = \frac{A_{máx} + A_{mín}}{2}$$

$$A = \frac{(2.58 + 2.44)}{2} = 2.51 \ \frac{m}{s^2}$$

La incertidumbre ó A se puede obtener de:

$$\delta A = \frac{A_{máx} - A_{mín}}{2}$$

$$\delta A = \frac{(2.58 - 2.44)}{2} = 0.07 \ \frac{m}{s^2}$$

De acuerdo a lo anterior: A

= (2.51 ± 0.07) m/s^2

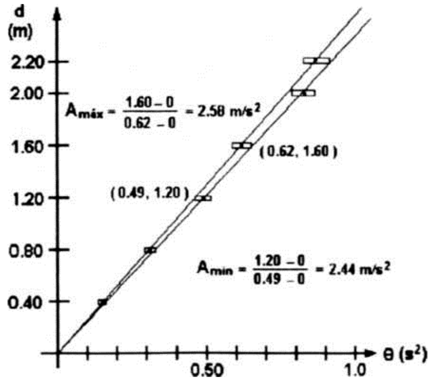


Figura 5.14 Rectas de máxima y mínima inclinación que se pueden trazar por los intervalos de incertidumbre.

O sea que la relación entre d y t se puede expresar como:

$$d = (2.51 \pm 0.07)\ t^2$$

Si no se hubiera tomado en cuenta la incertidumbre en A, la expresión anterior sería igual a:

$$d = 2.51\ t^2$$

Al analizar teóricamente este problema, se concluye que el deslizador tiene un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado con una aceleración igual a "g sen α", cuyo valor numérico es igual a 4.9 m/s^2 y cuya relación entre d y t está dada por $d = 2.45\ t^2$. Es importante señalar que el valor 2.45 m/s^2 se encuentra dentro del intervalo dado por (2.51 ± 0.07) m/s^2, de manera que la expresión obtenida mediante los datos de la tabla 5.1 y el método de cambio de variable es consistente con las predicciones teóricas.

5.5 RECTA DE REGRESIÓN

En la búsqueda del conocimiento científico se realizan experimentos en donde se trata de encontrar la relación, si es que ésta existe, entre las variables involucradas en determinado fenómeno. De la misma manera en estudios biológicos, médicos, ambientales e industriales, se busca determinar la relación que pueda existir entre algunas de las variables involucradas, por ejemplo, la incidencia de cáncer en fumadores, la incidencia de gripe en habitantes de regiones con aire contaminado con $N0_2$, la productividad con respecto a la edad de los trabajadores, etcétera.

Las posibles relaciones entre dos variables se pueden estudiar con gráficas en un sistema de coordenadas cartesianas colocando en el eje horizontal la variable independiente y en el vertical la variable dependiente. En estas gráficas los puntos representados forman la nube de puntos. Dichos puntos pueden estar más agrupados (figura 5.15) o más dispersos (figura 5.16). El grado de dispersión de los puntos en la gráfica da una idea de la relación entre las variables representadas.

En cada una de las gráficas anteriores se ha dibujado una recta llamada recta de regresión. Esta línea recta se traza intentando que se adapte lo más posible a los puntos de la nube formada, de modo que por encima de ella quede, aproximadamente, el mismo número de puntos que por debajo, y a distancias similares. La recta de regresión nos da idea de la relación existente entre las dos variables representadas, siendo dicha relación mayor cuanto más próximos están los puntos. En la figura 5.15 observamos una mayor relación entre sus variables que entre las variables de la figura 5.16.

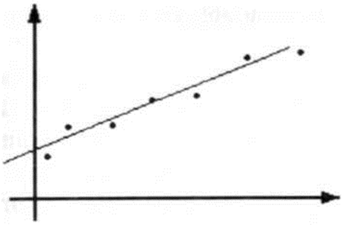


Figura 5.15 Datos poco dispersos

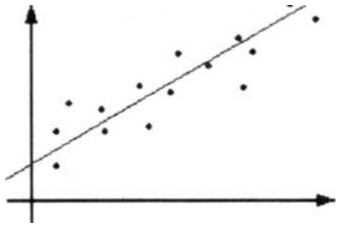


Figura 5.16 Datos con gran dispersión.

5.6 CORRELACIÓN

El método que nos permite estudiar la dependencia que hay entre dos variables se denomina **correlación.** Para determinar la correlación entre dos variables, se necesita una gráfica en el que aparezca trazada la recta de regresión. Hay mayor correlación entre las variables de la gráfica de la figura 5.15 que entre las variables de la figura 5.16, ya que en el primer caso la recta de regresión está más ajustada a la nube de puntos y es, por tanto, donde mayor dependencia hay entre las dos variables.

La correlación puede ser positiva, negativa o nula: es positiva cuando la recta de regresión está inclinada ascendentemente hacia la derecha, indicando que una variable aumenta al aumentar la otra. (Figura 5.15).

Es negativa cuando la recta está inclinada hacia la izquierda, es decir, cuando al aumentar la variable la otra disminuye. (Figura 5.17.) La correlación es nula cuando la nube de puntos no se asemeja a una línea ni a cualquier otra curva, y, por tanto, no es posible saber cuál es la relación entre las dos variables.

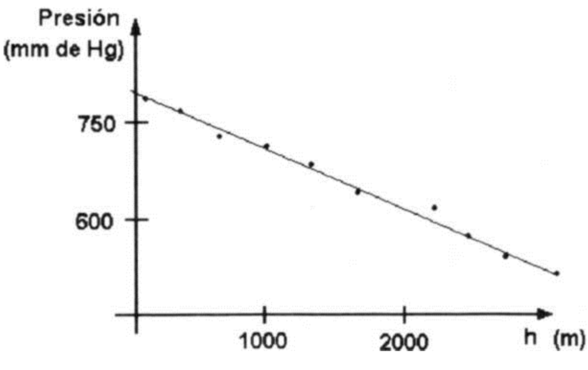


Figura 5.17 Gráfica de la presión atmosférica en función de la altura sobre el

El estudio de la correlación entre dos variables nos ayuda a conocer el tipo de dependencia existente entre ellas, es decir, si una variable depende mucho o poco de la otra.

Cuando se puede decir con toda exactitud, cuál será el valor de una de las variables una vez conocido el valor de la otra variable, estamos hablando de una dependencia funcional. La dependencia funcional es el caso de máxima dependencia entre dos variables; se da cuando la recta de regresión se ajusta a la nube de puntos, es decir, cuando los puntos "forman" una línea recta. (Figura **5.17.)** Una técnica usada para encontrar la recta que mejor se ajusta a los puntos es la de mínimos cuadrados que aparece en el apéndice E y se ilustra en el ejemplo **5.3.**

La dependencia funcional se da en fenómenos que no son aleatorios, es decir, en fenómenos en los que hay una causa que determina el valor de la variable dependiente "y" una vez que se conoce el valor de la variable independiente "x". Esa causa la conocemos con el nombre de ley, y los fenómenos sometidos a leyes se denominan fenómenos causales o no aleatorios.

El estudio conjunto de dos o más variables es muy utilizado en la investigación científica. Gracias a él se han encontrado muchas de las leyes que rigen los fenómenos naturales. Cuando el número de variables es pequeño, por ejemplo dos, podemos expresar la relación entre ellas con una fórmula , y su representación será sencilla: rectas, parábolas, hipérbolas, ...

Ejemplo 5.3

Al medir el tiempo recorrido de un móvil para diferentes distancias se obtuvieron los datos que se muestran en la tabla **5.4.** Dado que la relación es lineal, obtener la mejor línea aplicando el método de mínimos cuadrados.

SOLUCIÓN

Tabla 5.4 Datos de distancia y tiempo para un móvil en un

MEDICIÓN	DISTANCIA (m)	TIEMPO (s)
1	**1.1**	**0.9**
2	**1.6**	**2.3**
3	**2.6**	**3.3**
4	**3.2**	**4.5**
5	**4.0**	**5.7**
6	**5.0**	**6.7**

Para poder aplicar las ecuaciones del método de mínimos cuadrados organizamos los datos y cálculos en la tabla 5.5

Tabla 5.5 Método de mínimos cuadrados

d_i (m)	t_i (s)	$d_i\, t_i$ ($m\ s$)	$\Sigma\, t_i$ **(s^2)**
1.1	0.9	0.99	0.81
1.6	2.3	3.68	5.29
2.6	3.3	8.58	10.89
3.2	4.5	14.40	20.25
4.0	5.7	22.80	32.49
5.0	6.7	33.50	44.89
$\Sigma\, d_i = 17.5$	$\Sigma\, t_i = 23.4$	Z$d_i t_i$= 83.95	Σt_i^2= 114.62

Las ecuaciones que permiten obtener la pendiente y la ordenada al origen que mejor se ajusta a los datos se presentan a continuación. (Apéndice E).

$$m = \frac{n\, \Sigma d_i\, t_i \; - \; \Sigma d_i\, \Sigma t_i}{n\, \Sigma t_i^2 \; - \; (\Sigma t_i)^2} \tag{30}$$

$$b = \frac{(\Sigma t_i)^2\; \Sigma d_i \; - \; \Sigma t_i\; \Sigma (d_i\;\, t_i)}{n\, \Sigma t_i^2 \; - \; (\Sigma t_i)^2} \tag{31}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$m = \frac{6\,(83.95) - (17.5)\,(23.4)}{6\,(114.62) - (23.4)^2} = 0.672\ m/s$$

$$b = \frac{(23.4)^2\,(17.5) - 23.4\,(83.95)}{6\,(114.62) - (23.4)^2} = 0.296\ m$$

Puesto que la ecuación de la línea recta es igual a: d

$= mt + b$

entonces la ecuación de la recta de regresión para los datos de la tabla 5.4 es igual a:

$$d = 0.672t + 0.296$$

Para trazar la mejor recta por los puntos de la gráfica, seleccionamos dos puntos; uno de ellos puede ser P_1 (0, 0.296) y, el otro punto se obtiene de sustituir un valor de t (por ejemplo t = 5.7s) en la ecuación y obtener d, de manera que el punto puede ser P_2 (5.7, 4.126). Esto se ilustra en la figura 5.18.

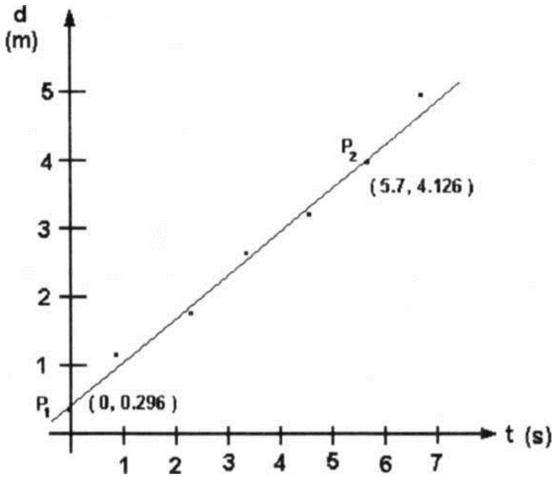


Figura 5.18 La recta que mejor se ajusta a los datos se obtuvo por el método de mínimos cuadrados.

5.7 CÓMO DIBUJAR LA MEJOR LÍNEA RECTA A TRAVÉS DE UN CONJUNTO DE DATOS

Cuando la relación entre las variables que describen un fenómeno o un proceso es lineal, se presenta el problema de trazar la línea recta que mejor se ajuste a los datos experimentales, pues es muy raro que todos los puntos obtenidos correspondan exactamente a una misma línea recta. Para resolver este problema el experimentador tiene que decidir cómo se deben calcular la pendiente y la ordenada al origen de dicha recta.

Los métodos estadísticos demuestran que siempre que la dispersión de los datos se deba a los errores aleatorios la mejor línea recta pasará por el centroide de los puntos experimentales, que es el punto con las coordenadas (x, y), en donde x es el valor medio de las coordenadas "x" de todos los puntos y "y" el promedio de las coordenadas "y".

Matemáticamente:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \tag{32}$$

Por lo tanto, se sugiere que después de obtener dichos valores se proceda a marcar la posición del centroide y a trazar la recta que pase por éste y por los intervalos de incertidumbre de modo que queden casi el mismo número de puntos a uno y otro lado de la recta como se ilustra en la figura 5.19.

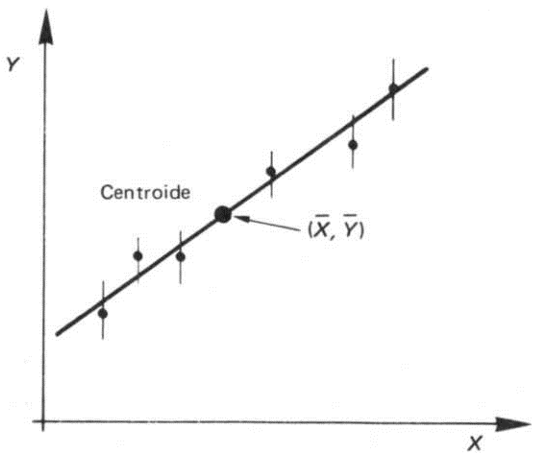


Figura 5.19. La mejor línea pasa por el centroide.

Este método es bastante preciso, de modo que si varios experimentadores presentan el mismo grupo de puntos se trazarán diferentes rectas cuyas pendientes diferirán muy poco entre sí. Pero si se desea obtener un valor más preciso se deberá aplicar el método de los mínimos cuadrados.

Otro de los métodos que se puede utilizar para determinar la pendiente es el de los "pares de puntos", el cual consiste en dividir en dos grupos iguales los puntos experimentales, uno para los valores bajos de $"y"$ y el otro para los valores altos de $"y"$. Luego se forman pares de puntos uno de cada grupo así (considerando un total de 10 datos) 1 y 6, 2 y 7, ... 5 y 10.

Se encuentra la diferencia para cada par de los valores $"x"$ y $"y"$, es decir:

$(y_6 - y_1)$, $(y_7 - y_2)$, ---------- $(y_{10} - y_5)$
$(x_6 - x_1)$, $(x_7 - x_2)$,--------- $(x_{10} - x_5)$

Obtenidas estas diferencias se calcula la media aritmética de las mismas empleando las siguientes ecuaciones:

$$\overline{D}_y = \frac{(y_6 - y_1) + (y_7 - y_2) + \cdots + (y_{10} - y_5)}{5}$$

$$\overline{D}_x = \frac{(x_6 - x_1) + (x_7 - x_2) + \cdots + (x_{10} - x_5)}{5} \qquad (33)$$

Finalmente la pendiente se calcula de:

$$m = \frac{\overline{D}_y}{\overline{D}_x} \qquad (34)$$

La mejor línea por este método es entonces la de pendiente *m* (obtenida por la ecuación anterior) que pasa por el centroide (x, y).

Si el resultado de un experimento se deduce de la pendiente de la línea recta, sólo se podrá estimar la precisión del resultado midiendo la incertidumbre de dicha pendiente. Un método para estimar esta incertidumbre consiste en trazar por el centroide y por entre los puntos marcados las rectas de mayor y menor pendiente que razonable-

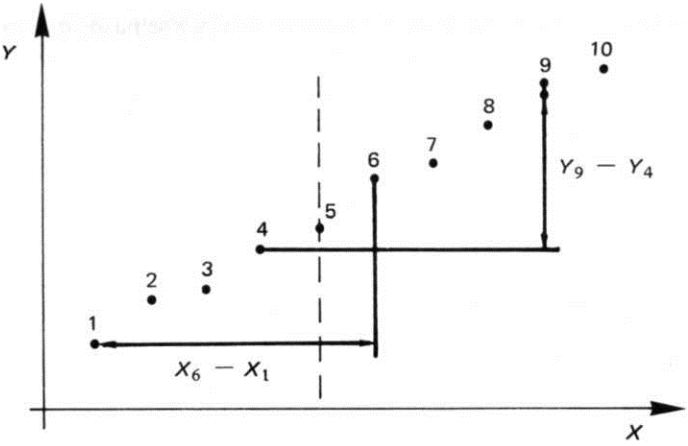


Figura 5.20. "Pares de puntos".

mente se puede tomar. La mayor de las diferencias entre la pendiente de la recta más probable y las pendientes máxima y mínima se señala como la incertidumbre de la pendiente.

Ahora bien, si la recta más probable tiene una incertidumbre en la pendiente, la ordenada al origen de esta recta tendrá también una incertidumbre, la cual se obtiene de la mayor diferencia entre la ordenada al origen más probable y las ordenadas al origen máxima y mínima. Ver figura 5.21.

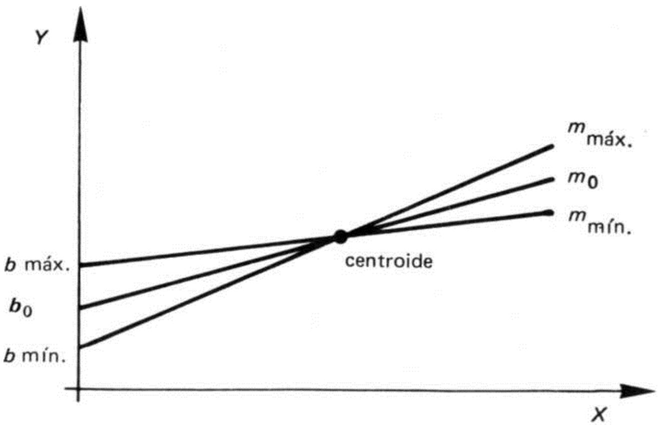


Figura 5.21. La recta más probable pasa por el centroide.

Por último, la ecuación de la relación que se busca se puede expresar como:

$y - mx + b$

Con $\begin{array}{l} m = m_0 \pm \delta m \\ b = b_0 \pm \delta b \end{array}$

donde

m_0 = pendiente más probable.
b_0 = ordenada al origen más probable.

Ejemplo 5.4

Determina por el método de los "pares de puntos" la pendiente de la línea recta que más se ajuste a los siguientes datos.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y	0	0.55	1.0	0.73	1.28	1.45	1.42	1.80	1.72	1.79	1.90	2.50

SOLUCIÓN

Para calcular en forma ordenada las diferencias se utilizará la tabla 5.6

Tabla 5.6. Diferencias para el método de pares de puntos

X	**Y**	D_Y	D_X	
0	0	1.42	6	(1.42-0) y (6 -
1	0.55	1.25	6	
2	1.0	0.72	6	
3	0.73	1.06	6	
4	1.28	0.62	6	
5	1.45	1.05	6	(2.50- 1.45) y (11-
6	1.42			
7	1.80			
8	1.72			
9	1.79			
10	1.90			
11	2.50			
X =5.55	y = 1.34	D_Y=1.02	D_X=6	

Si la pendiente se calcula de:

$$m_0 = \frac{D_y}{\overline{D_x}}$$

entonces:

$$m_0 = \frac{1.02}{6} = 0.17$$

Al granear la mejor línea, ésta pasa por el punto (5.5, 1.34) con una pendiente m = 0.17, como se muestra en la figura 5.22.

El punto (5.5, 1.34) es el centroide el cual se debe calcular previamente por:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

Es decir:

$$\bar{x} = \frac{66}{12} = 5.5 \qquad \bar{y} = \frac{16.14}{12} = 1.34$$

De los datos de la gráfica se deduce que la ecuación debe tener la forma de:

y = mx + b

Puesto que se conoce el centroide y la pendiente, se sustituyen en la ecuación anterior para obtener la ordenada al origen, es decir:

1.34 = 0.17 (5.5)+ b

b = 0.40

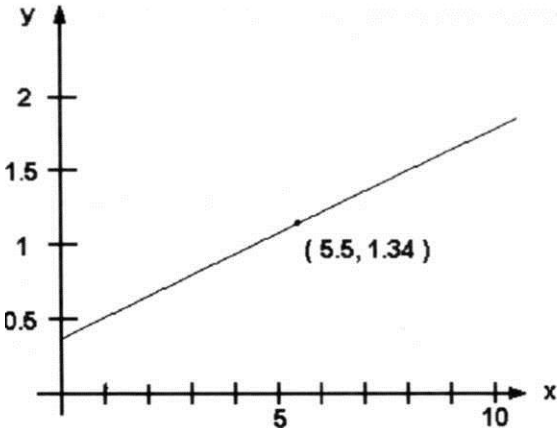


Figura 5.22 Línea que se ajusta mejor a los datos de la tabla

5.6 Por lo tanto la ecuación es: $y = 0.17\,x + 0.40$

Como se indicó, las gráficas se emplean para mostrar el comportamiento de un fenómeno o un proceso en un pequeño espacio y para encontrar la ecuación que describa un conjunto de datos experimentales; además, permiten obtener ciertos valores sin necesidad de efectuar cálculos complicados. Todo esto ha hecho que investigadores, ingenieros y otros profesionistas las consideren poderosas herramientas.

5.8 EJERCICIOS

1. Define lo siguiente:
   1.1 Gráfica
   1.2 Interpolación
   1.3 Extrapolación
   1.4 Pendiente
   1.5 Ordenada al origen

2. ¿Para qué se emplean las gráficas? Da tres razones.

3. Investiga cuáles son las características de los siguientes diagramas y descríbelos brevemente.
   3.1 Histogramas
   3.2 Polígono de frecuencias
   3.4 Pictograma

4. ¿Qué criterios se tienen que tomar en cuenta en la elección de la escala para una gráfica?

5. Para elaborar las gráficas se emplean diferentes tipos de papel, describe de manera breve los siguientes:
   5.1 Papel milimétrico
   5.2 Papel semilogarítmico
   5.3 Papel logarítmico
   5.4 Papel polar

6. ¿Cómo se puede trazar la incertidumbre de los datos en las gráficas?

7. Gráfica en el papel milimétrico los datos que aparecen en la siguiente tabla. Aplica las técnicas adecuadas al graficar.

FUERZA (N)	DEFORMACIÓN (c m)
0	0.0
1	1.5
2	3.0
3	4.5
4	6.0
5	7.5

5.9 PROBLEMAS

1. En un experimento al estudiar la relación entre la fuerza y la aceleración se obtuvieron los siguientes datos:

FUERZA (N)	ACELERACIÓN (m/s^2)
10	6.0
20	12.5
30	18
40	25
50	80

a) Gráfica estos datos en un sistema de coordenadas cartesianas en papel milimétrico.
b) Determina la pendiente de la gráfica.
c) Escribe la ecuación de la línea que se ajusta a los datos.
d) A partir de la gráfica ¿cuál es el valor de la fuerza para una aceleración de 20 m/s^2?

2 - Los siguientes datos muestran la posición de un objeto para diferentes tiempos.

DISTANCIA (m)	0	3	12	27	48	75
TIEMPO (s)	0	1	2	3	4	5

a) Grafica los datos en papel milimétrico.
b) Haz el cambio de variable correspondiente y traza la gráfica en papel milimétrico.
c) Encuentra la ecuación que relaciona la distancia con el tiempo.

3. En un experimento se obtuvieron los siguientes datos.

X	1	2	3	4	5
Y	80	40	27	20	16

a) Haz la gráfica en papel milimétrico.
b) Mediante el método de cambio de variable determina la ecuación que relaciona a las variables χ y y.

4. En un experimento donde se midió el periodo de oscilación (T) y la longitud (1) del péndulo se encontraron los siguientes valores.

l (m)	0	0.24	1.1	2.3	4.2	6.1
T (s)	0	1	2	3	4	5

a) Haz la gráfica de los datos de la tabla en papel milimétrico.
b) Determina mediante el método de cambio de variable la ecuación que relaciona el periodo con la longitud del péndulo.

5. Al medir la intensidad de corriente (I) que circula por un resistor al aplicarle diferentes voltajes (V) se encontraron los siguientes valores.

V (V) ± 0.2V	3.0	6.1	8.9	12.0	15.1	17.8
I (A)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0

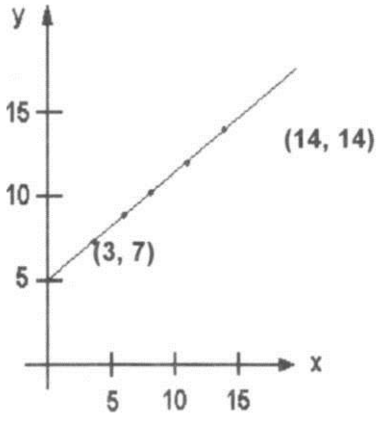
a) Haz la gráfica de los datos en papel milimétrico.
b) Mediante el método de mínimos cuadrados encuentra la relación entre el voltaje y la intensidad de corriente eléctrica.

6. En un experimento se encontraron los siguientes datos.

X	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
Y	0	3.9	8.1	12.0	16.1	19.8	24.2	27.7

a) Determina el centroide (χ , y) de los datos de la tabla.
b) Determina la pendiente por el método de los "pares de puntos".
c) Haz la gráfica en papel milimétrico y traza la recta que pasa por el centroide y con la pendiente obtenida en el inciso anterior.

7. Los datos (x, y) de un experimento se muestran en la siguiente gráfica.



a) Determina la ordenada al origen.
b) Calcula la pendiente de la recta.
c) Determina la ecuación que relaciona a las dos variables.

6

Análisis dimensional

6.1 INTRODUCCIÓN

El análisis dimensional es una valiosa herramienta para ingenieros y científicos ya que les permite investigar las relaciones entre variables que intervienen en un sistema físico. Además, les capacita para predecir el comportamiento de dichos sistemas por medio del estudio de modelos menos complicados.

Mediante el análisis dimensional es posible obtener una guía en el diseño de experimentos encaminados a resolver problemas de fenómenos físicos de los que aún no se tenga elaborada una teoría completa. Este método permitió simplificar las investigaciones originadas por los problemas planteados en la mecánica de fluidos.

Debido a que estas notas son a nivel introductorio, en el presente capítulo se dará un bosquejo que ilustre la utilidad y aplicación del análisis dimensional en la experimentación.

6.2 DIMENSIÓN DE UNA MAGNITUD

La palabra dimensión tiene un significado especial en física. Por lo general denota la naturaleza física de una cantidad. Aunque una altura se mida en centímetros, o en metros o en pies, es una longitud. Se dice entonces que su dimensión es de *longitud.*

Las unidades en las que se expresan las cantidades no afectan la dimensión de las cantidades; una longitud sigue siendo una longitud, esté expresada en metros, o en pulgadas o en cualquier otra unidad de *longitud.*

La dimensión es simplemente la expresión de una cantidad general y, por tanto, de una peculiaridad característica de las magnitudes físicas. Cada nueva magnitud física da origen a una nueva dimensión como por ejemplo la masa, el tiempo, etcétera.

Existen así, tantas dimensiones o unidades generales como clases hay de magnitudes físicas.

De igual manera como se definieron las magnitudes y unidades fundamentales se eligió un juego de dimensiones fundamentales. Las dimensiones

seleccionadas corresponden a las de las magnitudes fundamentales. En la tabla 6.1 se indican las magnitudes (dimensiones) fundamentales y sus símbolos.

Tabla 6.**1** Dimensiones de las magnitudes fundamentales

MAGNITUDES FUNDAMENTALES	SÍMBOLO
Longitud	L
Masa	M
Tiempo	T
Intensidad de corriente eléctrica	I
Temperatura	t
Intensidad luminosa	le

Para hacer referencia a la dimensión de determinada magnitud se utiliza el paréntesis cuadrado [ ] como abreviatura de "la dimensión de". Por ejemplo, para el caso de la dimensión de la masa se tiene:

$$[m] = M$$

Las magnitudes de la misma clase como distancia, altura, longitud de onda y profundidad, además de tener la misma dimensión L, se miden y registran con la misma unidad (metro en el S.I.).

Como consecuencia de esto último se puede establecer que hace falta un análisis de la dimensión de la magnitud de que se trate antes de determinar sus unidades. Si la magnitud es fundamental como la temperatura o el tiempo, no hace falta tal análisis. Pero como la mayoría de las magnitudes son derivadas; es decir, se obtienen mediante fórmulas que las vinculan con magnitudes fundamentales, se hace necesario un análisis dimensional. Así, la definición elemental de velocidad es "v = x/t" en la cual t es el valor numérico de la duración consumida por algo para cubrir la distancia x. Como la dimensión de x es L, o sea $[x] = L$, y la de t es $[t] = T$, la dimensión de ν es $[v] = [x/t] = L/T$. Si la unidad de L es el metro y la de T es el segundo, entonces la unidad de la velocidad es metro/segundo.

Como en el sistema internacional sólo hay siete unidades fundamentales porque únicamente se necesitan siete diferentes clases de magnitudes todas las demás magnitudes en este sistema son resultado de la combinación de las siete magnitudes fundamentales. Por lo tanto, la dimensión de estas magnitudes es función de las dimensiones de las magnitudes fundamentales. Por ejemplo:

- Área = $[A]$ = longitud x longitud = L^2
- Densidad = $[\rho]$ = masa/volumen = ML^{-3}.
- Momentu = $[p]$ = masa x velocidad = MLT^{-1}.

DIMENSIÓN DE UNA MAGNITUD 11

Las dimensiones de ciertas magnitudes, como la fuerza, se obtienen analizando determinada ley, en este caso de la segunda ley de Newton:

$F = m \cdot a$

Se deduce la dimensión de F:

$[F] = [ma] = [m]\,[a] =$

MLT^{-2}

En la obtención de las dimensiones de magnitudes mecánicas se emplean las dimensiones de masa, longitud y tiempo, pero en la obtención de las dimensiones de cantidades termodinámicas hay que incluir la temperatura. Por ejemplo:

$$[c_e] = \left[\frac{Q}{m\Delta T}\right] = L^2T^{-2}t^{-1}$$

• Conductividad térmica:

$$[k] = \left[\frac{HL}{A\Delta T}\right] = MLT^3t^{-1}$$

En las dimensiones de las magnitudes eléctricas aparece la dimensión de la corriente eléctrica (I). Por ejemplo:

- Carga eléctrica:

  $[Q) = [It] = TI$

- Voltaje.

  $[V] = [P/I] = ML^2T^{-3}I^{-1}$

Las dimensiones de las magnitudes electromagnéticas se obtiene por medio de las leyes básicas: De la ley de Coulomb

$$F \alpha \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2}$$

Se deducen las dimensiones de la:

• Permitividad

$[\varepsilon] = M^{-1}L^{-3}T^4I^2$

• De la ley de Amperc

$F \,\alpha\, \mu\, I_1\, I_2\, L/r$ Se deducen las

dimensiones de la permeabilidad:

$[\mu] = MLT^{-2}\, I^{-2}$

Existen magnitudes cuya dimensión es **1** y que se denominan adimensionales. Por ejemplo, los ángulos son adimensionales. Para analizar esto, considérese un sector circular como se muestra en la figura 6.**1**.

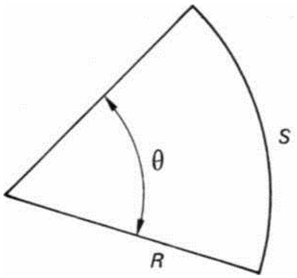


Figura **6.1** Sector circular.

De la figura se deduce que la longitud S del arco está dada por:

$S = R\theta$

de donde

$$\theta = \frac{S}{R}$$

Puesto que las dimensiones de S como de R son L, la dimensión del ángulo es uno; es decir,

$$[\theta] = \frac{L}{L} = 1$$

Para mostrar las dimensiones de un mayor número de magnitudes se da la siguiente tabla:

Tabla 6.2 Dimensiones de algunas magnitudes derivadas.

CANTIDAD	SÍMBOLO	EXPONENTE DE					
		M	L	T	t	I	Ie
Aceleración	a	0	1	-2	0	0	0
Capacitancia	C	-1	-2	4	0	2	0
Energía	E	1	2	-2	0	0	0
Frecuencia	f	0	0	-1	0	0	0
Impulso	I	1	1	-1	0	0	0
Inductancia	L	1	2	-2	0	-2	0
Presión	P	1	-1	-2	0	0	0
Resistencia	R	1	2	-3	0	-2	0
Viscosidad	N	1	-1	-1	0	0	0
Trabajo	W	1	2	-2	0	0	0
Coeficiente de transferencia de calor	h	1	0	-3	-1	0	0
Calor específico	Ce	0	2	-2	-1	0	0
Coeficiente de dilatación lineal	α	0	0	0	-1	0	0
Flujo magnético	Φ	1	2	-2	0	-1	0
Iluminación	E	0	-2	0	0	0	1
Flujo luminoso	F	0	0	0	0	0	1

6.3 LAS ECUACIONES Y EL ANÁLISIS DIMENSIONAL

Toda ecuación debe ser dimensionalmente compatible, esto es, las dimensiones en ambos lados deben ser las mismas. La atención a las dimensiones puede a menudo evitar que se cometan errores al escribir las ecuaciones.

El análisis dimensional utiliza el hecho de que las dimensiones se pueden tratar como cantidades algebraicas, es decir, se pueden sumar o restar sólo si se tienen las mismas dimensiones. Además, los términos en cada lado de una ecuación deben tener las mismas dimensiones. Siguiendo estas reglas se puede usar el análisis dimensional como auxiliar para determinar si una expresión tiene la forma correcta, ya que la ecuación sólo puede ser correcta si las dimensiones de cada lado son las mismas. Lo anterior se ilustra en los siguientes ejemplos:

Ejemplo **6.1**

Muestra que la ecuación $d= v_0t+1/2\ at^2$ es dimensionalmente correcta, donde d representa el desplazamiento recorrido, v_0 la velocidad inicial, t el intervalo de tiempo y a la aceleración.

SOLUCIÓN

La cantidad del lado izquierdo (desplazamiento) tiene dimensiones de longitud, por lo tanto, cada término del lado derecho debe tener también dimensiones de longitud. La verificación dimensional se logra sustituyendo las dimensiones de las magnitudes involucradas en la ecuación. Es decir, a partir de la ecuación:

$d = v_0t + 1/2\ at^2$ se escriben las

dimensiones: [d] = [vo] [t] + [½]

[a] $[t^2]$ Es decir:

$$L = (L/T)T + l(L/T^2)T^2$$

Como se puede ver las dimensiones del tiempo se cancelan dejando sólo las dimensiones de la longitud.

$$L = L + L$$

o sea

$$L = L$$

Por lo tanto la ecuación es dimensionalmente correcta.

Ejemplo 6.2

¿Es la fórmula del volumen de una pirámide regular (V = 1/**3** hA) dimensionalmente homogénea?

SOLUCIÓN

V= 1/3 hA, donde; V es el volumen, h la altura de la pirámide y A el área de su base. Las dimensiones de estas variables son; [V] = L^3, [h] = L y [A] = L^2

Para verificar si la ecuación o fórmula es dimensionalmente homogénea se sustituyen las dimensiones de las variables involucradas.

Tomando como referencia la ecuación:

V= 1/3 hA

Se escriben las dimensiones:

[V] = [1/3] [h] [A] Es decir

$L^3 = 1 \times L \times L^2$

$L^3 = L^3$

O sea que la fórmula es dimensionalmente homogénea porque ambos miembros de la igualdad tienen dimensiones iguales.

El hecho de que una ecuación o fórmula sea dimensionalmente correcta homogénea significa que es válida para cualquier sistema de unidades, siempre que se empleen las unidades correspondientes correctas del sistema que se escoja. Una fórmula no homogénea o no dimensional es aquella que contiene constantes dimensionales. En el caso de la fórmula del volumen de la pirámide, el coeficiente 1/3 es una constante sin dimensiones, o sea simplemente un coeficiente numérico.

6.4 PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL

Este principio fue introducido por Fourier y se basa en la noción intuitiva de que cantidades de diferente especie no se pueden sumar o igualar. Por ejemplo, la ecuación 10 kg = 10 m/s no tiene sentido, ya que por el principio de homogeneidad dimensional las dimensiones de ambos miembros deben ser iguales. De acuerdo con esto, el principio de homogeneidad se puede expresar así: *Todos los términos de las ecuaciones físicas deben tener las mismas dimensiones.*

Para que el principio de homogeneidad dimensional sea válido es necesario que exista una relación única entre las magnitudes que se investigan, o sea que las leyes físicas son dimensionalmente homogéneas. Por ejemplo, la ecuación de Bernoulli para el flujo de un fluido dada por:

$$\frac{P}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} = K$$

es dimensionalmente homogénea, ya que las dimensiones de gz son:

$$[gz] = [g]\,[z] = L\,T^{-2}L = L^2T^2$$

las dimensiones de 1/2 v^2 son:

$$\left[\frac{1}{2}v^2\right] = (LT^{-1})^2 = L^2T^{-2}$$

las dimensiones de P/ρ son:

$$\left[\frac{P}{\rho}\right] = \frac{[P]}{[\rho]} = \frac{MLT^{-2}L^{-2}}{ML^{-3}} = L^2T^{-2}$$

Y como K tiene dimensiones idénticas a las de los otros tres términos se verifica que la ecuación de Bernoulli es dimensionalmente homogénea. Esta ecuación se puede expresar de modo tal que sea adimensional si se divide entre K cada uno de los términos; es decir,

$$\frac{P}{\rho K} + \frac{gz}{K} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{K} = 1$$

Con la ayuda del principio de *homogeneidad dimensional* es posible inferir la forma de una relación desconocida entre variables. Por ejemplo, si se desea saber la relación entre la velocidad v de las ondas transversales en una cuerda, la tensión T en la cuerda y la masa por unidad de longitud λ de la cuerda y suponiendo que:

$$v \;\alpha\; T^a \lambda^{\boldsymbol{b}} \tag{36}$$

Como las dimensiones de las variables son:

$[v] = LT\sim^1$
$[T] = MLT\sim^2$ $[\lambda]$
$= ML\sim^1$

entonces por el principio de homogeneidad dimensional se tiene: $[v]$

$= [T]^a [\lambda]^b$

En función de sus dimensiones:

$LT^{-1} = (MLT^{-2})^a \ (ML^{-1})^b$ Reordenando:

$LT^{-1} = M^{a+b} \ L^{a-b} \ T^{-2a}$

Comparando los exponentes de ambos miembros de la igualdad para:

M-> $0 = a + b$ L->
$1 = a - b$ T-> $-1 =$
$-2a$

De donde se deduce que:

$$a = \frac{1}{2}; \text{ y } b = -\frac{1}{2}$$

De acuerdo con estos resultados:

$$v \propto \sqrt{\frac{T}{\lambda}} \tag{37}$$

Para igualar ambos miembros se incluye una constante adimensional.

$$v = (\text{constante adimensional}) \sqrt{\frac{T}{\lambda}} \tag{38}$$

Es decir que la velocidad de las ondas transversales en una cuerda es directamente proporcional a la raíz cuadrada del cociente de la tensión a la que está sometida la cuerda y la masa por unidad de longitud de la cuerda. Como se pudo constatar, esta relación se obtuvo sin recurrir a una teoría detallada acerca del fenómeno, porque lo único que se necesitó fue considerar las propiedades del sistema que afectaban al fenómeno y aplicar el principio de homogeneidad dimensional. Si al verificar experimentalmente esta relación (ecuación 37) se encontraran discrepancias, se tendría que revisar la conjetura original (ecuación 36) porque no sería correcta. Esta técnica se utiliza en muchas investigaciones.

Ilustremos esto, con otro ejemplo.

Ejemplo 6.3

Supóngase que se afirma que la aceleración de un auto que se mueve en una pista circular de radio r con una rapidez constante v, es proporcional a alguna potencia de r **y** alguna potencia de v. ¿Cómo se pueden determinar las potencias de r **y** v?

SOLUCIÓN

Una manera de resolver esta pregunta es aplicando el principio de homogeneidad dimensional. Es decir, haciendo que ambos miembros tengan las mismas dimensiones.

De la afirmación podemos escribir la siguiente ecuación:

$a \alpha r^x v^y$

En donde *x* **y** ***y*** son potencias que se van a determinar. Las dimensiones de las variables son.

$[a] = LT^{-2}$, $[r] = L$ **y** $[v] = L/T$

Del principio de homogeneidad dimensional.

$[a] = [r]^x\,[v]^y$

En función de las dimensiones

$LT^{2} = \boldsymbol{V}\,(L/T)^y\,LT^{-2} =$

$L^x\,L^y\,T^{-y}\,LT^{-2} = L^{x+y}\,T$

-y

Para que esta igualdad sea válida, se requiere que los exponentes de ambos miembros de la igualdad para cada dimensión, sean iguales. Es decir: Para la dimensión L;

$L^1 = L^{x+y}$

en función de los exponentes;

$1 = \mathbf{x + y}$

Para la dimensión T:

$T^{-2} = T^{-y}$

en función de los exponentes;

$-2 = -y$

De esta última ecuación se concluye que el exponente "y" de la rapidez es 2. Por lo tanto, de 1= x+y se concluye que el exponente "x" de r debe ser — 1. De estos resultados, se tiene que:

$a \; \alpha \; v^2 \, r^{-1}$

Para igualar ambos miembros de la igualdad incluimos una constante k (en este caso es adimensional). Es decir:

$$a = k\frac{v^2}{r}$$

En los cursos de física general se sabe que esta constante k tiene el valor de **1,** cuando se emplean unidades adecuadas. Es decir, que la ecuación anterior se convierte en:

$$a = \frac{v^2}{r} \tag{39}$$

Como se ve, el análisis dimensional ayuda a conocer la estructura matemática de una ley física o concepto, pero, no responde a cuestiones sobre el valor de las constantes numéricas que aparecen en dichas estructuras.

6.5 TEOREMA DE BUCKINGHAM

Para aplicar el análisis dimensional en una investigación el experimentador debe saber en su totalidad el número y clase de variables fundamentales que intervienen en el experimento. Se entiende por variable fundamental cualquier variable experimental que influya en la prueba y que se pueda cambiar o modificar independientemente de las otras variables que intervengan.

Cuando el investigador conoce todas las variables, puede reducir su número por medio de la aplicación de la primera parte del **teorema de**

Buckingham, el cual establece que *"cualquier ecuación dimensionalmente homogénea se puede reducir a un conjunto completo de productos adimensionales'"*.

Una ecuación dimensionalmente homogénea es completa cuando su forma no depende de las unidades fundamentales que se empleen. Un ejemplo de estas ecuaciones es la que relaciona el tiempo que tarda en caer un cuerpo partiendo del reposo y la distancia que recorre durante su caída libre. Matemáticamente está dada por:

$$x = \frac{1}{2} g t^2$$

donde:

1/2 = factor adimensional. ***g*** = aceleración de la gravedad.

Por lo contrario, la expresión $x = 16t^2$ que se emplea en la caída libre, es una ecuación correcta solamente si x se expresa en pies y ***t*** en segundos, pues si x se expresa en metros ya no es correcta, por lo que se dice que esta ecuación no es dimensionalmente homogénea.

Los productos adimensionales señalados en el teorema de Buckingham son simplemente productos y cocientes de las variables que intervienen en el experimento de modo tal que las dimensiones en cada grupo se cancelan. Por ejemplo, en el caso del péndulo simple un grupo adimensional está dado por

$l/(T^2 g)$, ya que $\frac{L}{T^2 L T^{-2}} = 1$.

La segunda parte del teorema de Buckingham, conocido como teorema π, establece que "si existe una relación única $\varphi(x, y, z) = 0$, entre las n variables físicas que involucran k dimensiones fundamentales, también existe una relación

$$\phi'(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \ldots \pi_{n-k}) = 0 \qquad (40)$$

entre los $(n - k)$ productos adimensionales

$\pi_1, \pi_2, \pi_3, \ldots \pi_{n-k}$

integrado por las variables;

$x, y, \ldots z$."

Una de las aplicaciones de este teorema consiste en la deducción de la forma de relaciones desconocidas. El éxito de aplicación del teorema a un problema particular requiere, aparte de experiencia, cierta sagacidad al establecer cuáles variables son significantes y cuáles no. Si φ (χ, y z) no se conoce, se puede a pesar de ello deducir la estructura de $\varphi'(\pi_1, \pi_2 \cdots \pi_{n-k})$ y así obtener información útil acerca del sistema de estudio.

Una ilustración de cómo se aplica este teorema se muestra a continuación:

Suponiendo que no se conoce la expresión analítica para el período de oscilación de un péndulo simple y que se desea saber dicha relación aplicando el teorema de Buckingham, lo primero que se debe hacer es una lista de todas las variables fundamentales (tabla 6.3); si la lista es incompleta no se podrá dar respuesta a la pregunta planteada, porque no se tiene la información que se requiere.

Tabla 6.3 Variables fundaméntale s para un péndul o simple.

Magnitud	*Símbolo*	*Fórmula dimensional*
Masa del péndulo	m	M
Longitud del péndulo	l	L
Aceleración de la gravedad	g	LT^{-2}
Período de oscilación	T	T
Amplitud angular	θ	**0**

No se tomaron en cuenta las propiedades microscópicas de la esfera y el hilo. La resistencia del aire y la masa del hilo se despreciaron porque es prácticamente nula su influencia en el período de oscilación.

En la tabla 6.2 se observa que hay cinco variables fundamentales (ra = 5) y tres dimensiones fundamentales (k = 3). Entonces de acuerdo con el teorema de Buckingham debe haber (n — k = 2) dos productos adimensionales independientes (π_1, y π_2). Estos se pueden hallar por ensayo y error; en este caso π_1 es simplemente θ, amplitud angular; y π_2 es $l/T^2 g$. El que no aparezca ra se debe a que ninguna otra variable que interviene en el experimento contiene en su fórmula dimensional a M, y se concluye que el período de oscilación de un péndulo simple no depende de la masa de la esfera; por lo tanto, del teorema π se obtiene:

$$(\theta, 1/T^2 g) = 0 \tag{41}$$

Como T aparece en uno de los productos adimensionales, se puede obtener T por una expresión igual a:

$$T\ G\ (\theta) \sqrt{\frac{\ell}{g}} \tag{42}$$

en donde:

$G\ (\theta)$= función arbitraria de θ.

Si en un principio se hubiera supuesto que θ era muy pequeño para despreciarlo se tendría;

$n = 4$, $n - k = 1$ y $\varphi'\ (l/T^2\ g) = 0$ o sea que de esta

última función se debe cumplir lo siguiente:

$$\frac{\ell}{T^2\ g} = \text{constante}$$

Despejando T se obtiene:

$$T = (\text{constante}) \sqrt{\frac{\ell}{g}} \tag{43}$$

De acuerdo con los resultados obtenidos se concluye que con el teorema π el período de oscilación de un péndulo, simple varía en forma directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del péndulo e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad. La magnitud de la constante adimensional (en este caso 2π) no se obtiene del análisis dimensional. Este problema resultó relativamente sencillo, pero en casos más complicados el análisis dimensional sólo puede proporcionar información de cómo ciertas variables afectan al sistema.

6.6 LOS MODELOS Y EL ANÁLISIS DIMENSIONAL

También se aplica el análisis dimensional en el diseño de modelos. Con frecuencia el comportamiento de grandes sistemas complejos se deduce de estudios de modelos a escala con grandes ahorros en costo. En el modelo cada parámetro se reduce en la misma proporción relativa a su valor en el sistema original. Nuevamente el caso del péndulo simple servirá de ejemplo. Si las magnitudes de θ, L, T y g se varían de modo tal que no cambie el argumento de φ' en valor numérico, el sistema tendrá exactamente el mismo comportamiento que el del sistema original, por lo que físicamente será similar.

Supóngase que se desea construir un péndulo muy grande y caro que oscile con amplitud finita; pero como se desea saber su comportamiento antes de construirlo se fabrica un modelo a escala de 1/100 de longitud y con oscilaciones iguales a las amplitudes de oscilación del péndulo deseado. Como la aceleración de la gravedad se mantiene constante tanto para el modelo a escala como para el péndulo grande, el período para el modelo resultará ser 1/10 del período del péndulo por construir.

Este valor se obtuvo comparando las expresiones del período para ambos péndulos, siendo T el período del péndulo grande y T el período del péndulo modelo, expresadas matemáticamente por

$$\frac{l}{T^2 g} = \pi_1$$

$$\frac{l'}{T'^2 g} = \pi_1$$

Dado que dichos cocientes tienen las mismas dimensiones y muy probablemente el mismo valor, los podemos igualar. Es decir; Al comparar dichos periodos se obtiene:

$$\frac{l'}{T'^2 g} = \frac{l}{T^2 g}$$

Ya que:

$$l' = \frac{l}{100}$$

Al sustituir ésta relación en la igualdad anterior se concluye que:

$$T' = \frac{T}{10}$$

o lo que es lo mismo;

$$T = 10\,T' \qquad (44)$$

Por lo tanto, midiendo T' se puede calcular el período T del péndulo real con la expresión matemática (44). Como se pudo constatar, no hubo necesidad de saber el valor de la constante adimensional que aparece en la ecuación (43).

En la práctica se recurre al teorema π y a la construcción de modelos cuando no es posible obtener la solución por medios analíticos.

El análisis dimensional puede ser extraordinariamente útil en la comprensión de fenómenos que ocurren con cuerpos de diferente tamaño. Por ejemplo, al comparar especies animales de diferentes tamaños, se encuentra que las proporciones cambian. Mientras más grande sea el animal, más gruesos serán los huesos con respecto a su longitud, por ejemplo, al ser el elefante un animal tan alto (grande) sus extremidades se han engrosado en forma grotesca para soportarlo.

Sin embargo, la ballena, el más grande de los animales, puede pesar hasta 40 veces más que un elefante, pero sus huesos no se le han engrosado proporcionalmente. de manera que sus huesos son lo suficientemente fuertes cuando se encuentra en el agua, pero cuando encalla, sus músculos y huesos no tienen tanta resistencia para soportar su peso. Las costillas de una ballena varada se rompen.

Los físicos y biólogos se han percatado de que la naturaleza sabiamente ha impuesto un límite natural al tamaño de los animales en la Tierra, pues han encontrado que el peso de un cuerpo es proporcional al cubo (a la tercera potencia) de sus dimensiones, mientras que su fuerza estructural es proporcional al cuadrado (a la segunda potencia) de las dimensiones lineales. Esto se ilustra de manera parcial en el ejemplo 6.4.

Ejemplo 6.4

¿Cómo sería el peso de un hombre si se aumenta al doble su altura? Considera que la densidad se mantiene constante.

SOLUCIÓN

Aplicando el análisis dimensional para resolver este problema. Para esto, tenemos que considerar de qué depende el peso de un cuerpo y encontramos que depende de la aceleración de la gravedad (g) de su densidad y de su volumen. Esto se resume en la tabla 6.4.

Tabla 6.4 Variables fundamentales

MAGNITUD	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Peso	P	MLT^{-2}
Densidad	P	ML^{-3}
Aceleración	g	LT^{-2}
Volumen	V	L^3

De la tabla se observa que hay cuatro variables (n = 4) y tres dimensiones (k = 3). Entonces debe existir (n-k = 1) un producto adimensional. En este caso es igual a:

$\frac{P}{\rho g V}$ (producto propuesto por el experimentador) Por

lo tanto, para el hombre de altura normal se tiene:

$$\frac{P}{\rho g V} = \pi_1$$

Para el hombre de altura doble:

$$\frac{P'}{\rho g V'} = \pi_2$$

Considerando que dichos cocientes deben tener las mismas dimensiones y valor:

$$\frac{P}{\rho g V} = \frac{P'}{\rho g V''}$$

Es importante notar que ρ y g no cambian; de manera que se obtiene la siguiente expresión matemática:

$$\frac{P'}{P} = \frac{V''}{V}$$

Puesto que el volumen está relacionado con la tercera potencia de la longitud:

$V = L^3$ y $V' = (L')^3$

Entonces, la igualdad anterior se convierte en:

$$\frac{P'}{P} = \frac{(L')^3}{L^3}$$

Puesto que L' = 2L, entonces:

$$\frac{P'}{P} = (2)^3 \text{ ya que: } \frac{(L')^3}{L^3} = 2^3$$

Por lo tanto: P'= 8P

O sea, que si la persona aumenta al doble sus dimensiones, su peso aumentará ocho veces (2^3).

De la misma manera si la altura aumenta al triple, su peso será veintisiete veces mayor (3^3).

La resistencia estructural de un hombre dos veces más grande que un hombre normal será (2^2) veces mayor. O sea, **4** veces más fuerte pero **8** veces más pesado. Una persona en estas condiciones tendrá muchas dificultades para levantarse de la cama.

6.7 CAMBIO DE UNIDADES

Con mucha frecuencia el resultado de una medición pasa de un sistema de unidades a otro. Por ejemplo, una medición hecha en yardas se puede requerir en metros. Por supuesto, es imposible convertir un número de metros (distancia) en metros por segundo (velocidad), o newtons (fuerza), ya que las conversiones entre unidades sólo se hacen para magnitudes físicas de la misma especie. Las fórmulas dimensionales son útiles para el cambio de unidades de un sistema a otro. Sea N el valor de una magnitud física ψ, cuya fórmula dimensional es:

$$\psi = L^a M^b T^c \tag{45}$$

Suponiendo que L_1, M_1, y T_1 son las unidades de longitud, masa y tiempo en el mismo sistema, internacional u otro sistema y que L_2, M_2, y T_2 las unidades en el sistema inglés u otro sistema, entonces para pasar de un sistema a otro se procede considerando que:

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \ell\, L_2 \\ M_1 &= m\, M_2 \\ T_1 &= t\, T_2 \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

en donde l, m y t son factores de conversión

Para cambiar las unidades en que está expresada una cantidad física se debe tener en cuenta que su magnitud es dependiente del sistema de unidades que se emplee para medirla. Por lo tanto,

$$N\ (L_1{}^a M_1^b T_1^c) = N'(L_2^a\, M_2^b\, T_2^c)$$

en donde; N'es el valor numérico de la magnitud física en el nuevo sistema de unidades y, N = el valor numérico en el SI o cualquier otro sistema de unidades Considerando las ecuaciones (46) se tiene :

$$N\ (l\ L_2)^a\ (mM_2)^b\ (tT_2^c) = \mathbf{N}'(L_2^a\ M_2^b\ T_2^c)$$

Simplificando: $N\ (l^a\ m^b\ t^c) = N'$

O sea que el nuevo número que expresa la magnitud en el nuevo sistema es igual a:

$$N\ (l^a\ m^b\ t^c)$$

o lo que es lo mismo:

$$N\left((\frac{L_1}{L_2})\, a\ \ (\frac{M_1}{M_2})\, b\ \ (\frac{t_1}{t_2}) c \right) = N' \qquad (47)$$

Para ilustrar este procedimiento veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 6.5

Determínese el valor de la aceleración de la gravedad en el sistema inglés, si en el sistema CGS tiene un valor de 981 cm/s^2.

SOLUCIÓN

Del enunciado del problema se tienen que determinar primero las dimensiones de la magnitud que se va a convertir, en este caso es:

$[g]=LT^{-2}$

Después, se identifica el valor de N, el cual en este problema tiene un valor

$[g] = LT^{-2}$

de 981.

Conocidas las dimensiones de la magnitud se determinan los valores de los exponentes de las dimensiones; en este problema sus valores son:

$a = 1$
$b = 0$
$c = -2$

ya que:

$L^a M^b T^c$

es decir

$L' M^0 T^{-2}$

El valor numérico de N' de g en el sistema inglés es el que se va a determinar, siendo sus unidades pies/seg^2. De esto último se deduce que $t = 1$ ya que la unidad de tiempo no cambia.

Por otra parte, se sabe que 1 pie = 30.38 cm, o lo que es lo mismo lcm = 0.03280 pies

Por lo tanto

$$\ell = \frac{1}{30.48} \text{ pie / cm (Factor de conversión)}$$

Entonces el valor N' se calcula de:
$N' = N\,(l^a\ \ m^b\ t^c)$ Sustituyendo valores.

$$N' = 981\left(\left(\frac{1}{30.48}\right)^1 \ (m)^0 \ (1)^{-2}\right) = 981\left(\frac{1}{30.48}\right)\frac{\text{pies}}{s^2}$$

Finalmente se puede decir que:

g = 981 cm/s^2 = 32.2 pies/s^2

Ejemplo 6.6

Expresar el valor de velocidad de 120 km/h en m/s.

SOLUCIÓN

Primeramente identificamos las dimensiones de la velocidad.

$[v] = L T^{-1}$

Del enunciado del problema *N* - 120

Ahora se identifican los exponentes de las dimensiones de la velocidad al hacer la siguiente comparación.

$N(L\backslash^{a}, M\backslash^{b}, \Gamma,")= 120\ (I\Gamma')$

Por lo tanto:

(a = 1, b = 0 y c = -1)

Para poder conocer el valor de N' necesitamos conocer las equivalencias que existen entre las unidades que participan.

En este caso: 1 km = 1000 m 1 h = 3600 s

De donde: $\left.\begin{array}{l}\ell = 1000\\ t = 3600\end{array}\right\}$ Factores de conversión

Puesto que N' se obtiene de :

$N' = N(l^{a} m^{b} t^{c})$

Entonces $N' = 120(1000)^{1}(m)^{0}(3600)^{-1}$

$$N' = \frac{120(1000)}{3600}$$

N' = 33.33 m/s

Existen otros métodos para convertir el valor numérico de una magnitud expresada en un sistema de unidades a otro sistema. Uno de los métodos que más se utiliza omite por completo el análisis dimensional, pues aprovecha el principio matemático que establece que si una cantidad se multiplica por uno no se altera su valor. Con este enfoque se multiplica la cantidad que se va a convertir por "uno", uno o más veces según sea necesario, estando expresado el "uno", o sea la unidad en forma de una fracción con numerador y denominador equivalentes. El numerador y el denominador de cada fracción igual a la unidad se escogen de manera que conduzcan al resultado deseado. Aplicando este método, el resultado del ejemplo 6.6 se puede obtener de la siguiente manera:

$$v = 120\,\frac{km}{h}\left(\frac{1000m}{1\,km}\right)\left(\frac{1\,h}{3600\,s}\right)$$

$$v = \frac{120\,(1000\,m\,)}{3600\,s}$$

$$v = 33.33\,\frac{m}{s}$$

En conclusión, se puede decir que el análisis dimensional es un método que permite obtener información acerca de las leyes físicas que rigen un fenómeno o un sistema, pero que tiene limitaciones, como el que sólo dé la estructura de dichas leyes porque es incapaz de indicar el valor de las constantes numéricas que aparecen en las leyes.

6.8 PREGUNTAS

1. ¿Cuál es el significado de la palabra dimensión en física?

2. ¿Cuáles son las dimensiones de las unidades fundamentales?

3. ¿Cuál es la condición para que una ecuación o fórmula sea dimensionalmente homogénea?

4. ¿Qué establece al principio de homogeneidad dimensional?

5. ¿Cuáles son las dimensiones del impulso y de la cantidad de movimiento?

6.9 PROBLEMAS

1. ¿Es la expresión $v^2 = v_0^2 + 2ad$ dimensionalmente correcta? En esta expresión v = velocidad final; v_0 = velocidad inicial; a = aceleración; d = desplazamiento.

2. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas? Justifica tu respuesta.

   a) $v = v_0 + at$ c) $mgh = 1/2\, mv^2$

   b) $d = v/t$ d) $F = \dfrac{Eq}{t}$

3. Suponer que la distancia recorrida por un cuerpo está relacionada con el tiempo por la siguiente ecuación de $d = k\, t^3$

   a) ¿Cuáles son las dimensiones de k?

b) ¿Cuáles son las unidades de k en el SI?

4. ¿Cuáles son las dimensiones de la constante G que aparece en la ley de la Gravitación Universal?

5. ¿Cuánto pesaría un gigante que mida 4 veces tu estatura si pesas 800 N?

6. Si las piernas de un gigante fuesen cinco veces más largas que las de una persona normal. ¿Cómo sería la sección transversal de sus huesos con respecto a la sección transversal de dicha persona?

7. Aplicando el análisis dimensional convierte 60 millas/h a km/h. (1 milla = 1609 m)

8. Se dice que la velocidad de un objeto depende de su aceleración y la distancia recorrida, si el objeto viaja a aceleración constante. ¿Cuál es la estructura de la ecuación que relaciona estas variable?

7

Instrumentación

7.1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad es muy grande el número de instrumentos de medición y de control y aumenta día con día pues continuamente se diseñan nuevos instrumentos en todas las regiones del mundo, por lo que es prácticamente imposible describir todos estos instrumentos. Sin embargo, en este capítulo se señalan algunos rasgos característicos comunes a muchos de ellos.

Tanto para ingenieros como para científicos los instrumentos constituyen un medio y no un fin, por lo que no siempre es necesario ni ventajoso que tengan un profundo conocimiento de los mismos, aunque sí es deseable que tengan una compresión general de los principios básicos del funcionamiento de los instrumentos que requieren en su trabajo.

7.2 INSTRUMENTOS

La palabra instrumento por lo general se usa para indicar cualquier dispositivo útil para ciertos fines, pero los instrumentos científicos y técnicos son dispositivos para observar, medir, controlar, registrar, calcular y comunicar.

En el curso de sus investigaciones del universo el hombre ha ideado gran cantidad de instrumentos: algunos de éstos, como el microscopio y el telescopio, perfeccionan y prolongan el alcance de las facultades y capacidades humanas para percibir, comunicar, calcular, recordar, razonar, etc.; otros instrumentos como el magnetómetro y el contador de rayos cósmicos miden magnitudes físicas para las cuales no existe un sentido en los seres humanos capaz de detectarlas; otros como la cámara, el simulador y la computadora realizan funciones de almacenamiento, transmisión y procesamiento de la información en forma análoga al hombre, pero con una eficiencia mayor. Esta actividad creadora sirvió primero para controlar su entorno, después para modificarlo y luego para enriquecerlo agregándole lo que no existía.

7.3 CLASES DE INSTRUMENTOS

Los instrumentos se pueden clasificar de acuerdo con el campo de aplicación, así se habla de instrumentos de oceanografía, de navegación, de topografía, etc. Pero también se pueden clasificar de acuerdo con su función, teniéndose entonces instrumentos de detección, de control, de medición, de registro, etc. Algunos prefieren clasificarlos en función de la variable por medir o controlar, cuando se habla de instrumentos de presión, de temperatura, de fuerza, de viscosidad, etc.

Otro criterio para clasificar los instrumentos, de amplia aplicación, es el que toma en cuenta el principio de operación. Se habla entonces de instrumentos mecánicos, eléctricos, neumáticos, ópticos, nucleares, electrónicos, etc.

Hay que considerar que cada clasificación es útil en determinadas condiciones, ya que un instrumento o un sistema de medición requiere para su funcionamiento la combinación de diferentes principios de operación, además de que se puede aplicar en gran variedad de condiciones y que en general cualquier variable física se puede medir con una gran diversidad de instrumentos. De esto se deduce que no hay un solo criterio para clasificar los instrumentos, y cuando se utiliza determinada clasificación es porque ésta resulta la más conveniente en ese momento. Por ejemplo; para cierto experimentador podría ser útil clasificar los instrumentos en:

a) *Instrumentos ciegos.* Los que no tienen indicación visible de la variable. Ejemplos de este tipo de instrumentos son los termostatos, los transmisores de caudal, los instrumentos de alarma como presostatos y termostatos, etc.

b) *Instrumentos indicadores.* Pueden ser analógicos o digitales. Los primeros disponen de un índice y una escala graduada en que se puede leer el valor de la variable medida o controlada, como es el caso del manómetro de Bourdon; los segundos muestran la variable en forma numérica con dígitos en una pantalla. Un ejemplo de este tipo de instrumentos lo proporciona el cronómetro digital.

c) *Instrumentos registradores.* Son los que registran la variable medida o controlada con trazo continuo o puntos. En estos instrumentos se emplea una pluma que opera mecánica o neumáticamente para dibujar la gráfica en el papel para gráficas. Este puede ser circular o rectangular. Ejemplo de este tipo de instrumentos es el que se utiliza en meteorología para registrar las variaciones de temperatura durante el día.

Los diversos criterios para clasificar los instrumentos tienen ventajas y limitaciones. La preferencia de uno de ellos depende de las normas de la compañía o laboratorio para el cual se trabaja, de los objetivos, intereses y conocimientos del experimentador, de la situación particular de la investigación, etc.

7.4 SISTEMAS DE MEDICIÓN

Los sistemas de medición incluyen en general tres elementos básicos:

1. Un elemento sensor que detecta la variable física que se va a medir. Este elemento debe responder sólo a cambios de la variable por medir. Por ejemplo, un sensor que responde a variaciones de temperatura no debe detectar cambios de presión, de vibraciones o cualquier otra variable. Los sensores son útiles para cierto rango de la variable por medir, por lo que se manufacturan cientos de ellos para diferentes rangos y condiciones de operación. En muchos sistemas de medición no tan sólo se detecta la variable por medir sino que, además, se le transforma en otra variable más manejable. Cuando un elemento transforma la variable que detecta en otro tipo se denomina transductor. La mayoría de los transductores transforman la variable física en una señal eléctrica, ya que ésta es la forma de señal que más fácilmente se controla y mide.

2. Un elemento intermedio que modifica la señal del sensor o del transductor para tener una señal de salida conveniente. Por ejemplo, en el caso de una señal de salida eléctrica puede ser conveniente una ampliación de la misma antes de que se indique o registre.
3. Un elemento terminal en que se indica o registra el valor de la variable medida. Este elemento es un dispositivo que convierte la señal de salida del elemento intermedio en un valor numérico o registro que el experimentador puede utilizar.

Como ejemplo de sistema genérico de medición se tiene al manómetro de Bourdon en que el tubo de Bourdon representa en sí mismo el transductor porque convierte la señal de presión en un desplazamiento mecánico del tubo. El engranaje constituye la etapa intermedia que amplifica el desplazamiento. Finalmente, el elemento terminal consistirá en una carátula y una aguja que cuando se calibra el manómetro da una indicación de la señal de presión que se ejerce en el tubo de Bourdon (figura 7.1).

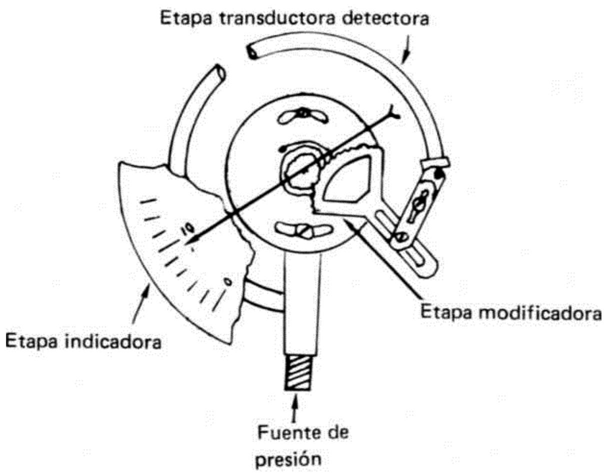


Figura 7.1 Manómetro de tubo de Bourdon.

7.5 CALIBRADO DE INSTRUMENTOS

La calibración de un instrumento es un proceso importante porque permite verificar dicho instrumento con respecto a un estándar conocido. Mediante la calibración se reducen los errores en las mediciones. El calibrado implica una comparación del instrumento en particular con:

1. Un estándar o patrón primario.
2. Un patrón secundario con una exactitud más alta que la del instrumento por calibrar.
3. Una excitación o fuente de señal de entrada conocida.

Con la calibración se establece firmemente la exactitud de los instrumentos, por lo que antes de aceptar la lectura de un instrumento es conveniente realizar una simple verificación de la calibración para estar seguro de la validez de las mediciones que se hagan con dicho instrumento. Es esencial que después de haber calibrado un instrumento de medición se pruebe con el fin de determinar sus errores y para averiguar si cumple con la especificación prescrita.

7.6 DEFINICIÓN DE TÉRMINOS EN INSTRUMENTACIÓN

Los instrumentos de medición y de control que se emplean en los laboratorios de investigación e industrias como la energética, química, textil, petroquímica, etc. tienen su propia terminología; los términos que se utilizan definen las características propias de medida y control de los diversos instrumentos. El conocimiento de esta terminología permite al experimentador emplear el mismo lenguaje que fabricantes y entidades que intervienen directa o indirectamente en el campo de la instrumentación. Por ello, a continuación se definen algunos de los términos que se usan en la especificación de instrumentos.

- *Campo de medida.* Es el espectro o conjunto de valores de la variable que se mide comprendidos dentro de los límites superior e inferior de la capacidad del instrumento. Por ejemplo el campo de medida de un termómetro clínico es de 35-41°C
- *Alcance.* Es la diferencia algebraica entre los valores superior e inferior del campo de medida del instrumento. Por ejemplo, el valor del alcance de un termómetro clínico es de 6^{o}C
- *Zona muerta.* Es el campo de valores de la variable que no altera la indicación de salida del instrumento. Se expresa en tanto

por cierto del enlace de la media. Por ejemplo, en el termómetro clínico es de ± 10%, es decir, de (10X6)/100 = ± 0.6° C .

- ***Repetibilidad.*** Es la capacidad de reproducción de las posiciones del índice del instrumento al medir repetidamente valores idénticos de la variable en las mismas condiciones de operación.
- ***Fiabilidad.*** Es la medida de la probabilidad de que un instrumento se siga comportando dentro de los límites especificados de error en condiciones específicas y a lo largo de un tiempo determinado.
- ***Estabilidad.*** Capacidad de un instrumento para mantener su comportamiento durante su vida útil y de almacenamiento especificadas.
- ***Temperatura de servicio.*** Es el campo de temperaturas en que se espera que trabaje el instrumento dentro de los límites de error especificados.
- ***Vida útil de servicio.*** Es el tiempo mínimo especificado durante el cual las características de servicio del instrumento no presentan cambios en su comportamiento más allá de las tolerancias especificadas.
- ***Ruido.*** Es cualquier perturbación no deseada que modifica la transmisión, control, indicación o registro de los datos que se desean.
- ***Respuesta frecuencial.*** Variación con la frecuencia de la relación de amplitudes señal de salida/variable medida (y de la diferencia de fases entre la salida y la variable medida) para una medida de variación senoidal aplicada a un instrumento dentro de un campo establecido de frecuencia de la variable que se mide. Por lo regular se especifica como < < dentro de ± --% d e - - a - - H_2 > > .
- ***índice.*** Parte fija o móvil de un instrumento indicador cuya posición con referencia a los trazos de la escala permite determinar un valor indicado.
- ***Escala.*** Conjunto ordenado de trazos con una numeración asociada, formando parte de un instrumento indicador.
- ***Amplitud de escala.*** Para una escala dada, es la gama de valores comprendida entre los trazos extremos de la escala. La amplitud de la escala se expresa en las unidades marcadas sobre la escala.

- ***Escala lineal.*** Escala en la cual la longitud y el valor de cada división están relacionados por un coeficiente de proporcionalidad constante a lo largo de la escala.
- ***Carátula.*** Parte del instrumento indicador, fijo o móvil, que contiene una o varias escalas.
- ***Valor nominal.*** Valor utilizado para designar una característica de un dispositivo o para servir de guía durante su utilización prevista. Es el valor marcado en el cuerpo de los resistores.
- ***Tiempo de respuesta.*** Intervalo de tiempo comprendido entre el momento en que una señal de entrada sufre un cambio brusco específico y el momento en que la señal de salida alcanza dentro de los límites especificados, su valor final en régimen estable y sostenido.
- ***Clase de exactitud.*** Clasificación de los "instrumentos de medición" que satisfacen ciertas exigencias metrológicas destinadas a conservar los errores, dentro de límites especificados.

7.7 PREGUNTAS

1. ¿Qué es un instrumento indicador?

2. ¿Cuál es la característica básica de un instrumento registrador?

3. ¿Cuáles son los elementos básicos de un sistema de medición?

4. ¿A qué se le llama calibración de un instrumento de medición?

5. ¿Qué es una escala lineal?

7.8 EJERCICIOS

Para cada enunciado escribe en el paréntesis un V si es correcto y una F si es falso.

1. ( ) La zona muerta es la diferencia algebraica entre los valores superior e inferior del campo de medida del instrumento.

2. ( ) Alcance es el campo de valores de la variable que no altera la indicación de salida del instrumento.

4. ( ) La estabilidad es la capacidad de un instrumento para mantener su comportamiento durante su vida útil.

5. ( ) Cualquier perturbación no deseada que modifica la indicación de los datos, se conoce como ruido.

6. ( ) El valor marcado en el cuerpo de los resistores recibe el nombre de valor nominal.

7. ( ) El índice es la parte del instrumento indicador que contiene una o varias escalas.

8. ( ) Los instrumentos ciegos cuentan con carátula que tiene una sola escala.

8

Registro del trabajo experimental

8.1 INTRODUCCIÓN

El científico y el ingeniero tienen como todo ser humano la necesidad de dar a conocer el saber y sus resultados a los demás y a la vez recibir de ellos el fruto de su trabajo. Mediante la comunicación científica se agranda cada día el saber y, con este cimiento el hombre está en condiciones de emprender nuevas investigaciones y el desarrollo de otros procesos y productos que al ser conducidos en forma científica permitirán seguir la construcción de la ciencia y el desarrollo de la técnica.

Considerando que la comunicación es una de las actividades fundamentales de técnicos y científicos, en este capítulo se señala la importancia y características que debe tener un buen reporte del trabajo experimental, así como las sugerencias para el registro permanente en un cuaderno de la investigación o trabajo realizado, como para la elaboración del informe respectivo.

8.2 CUADERNO DE LABORATORIO

En cualquier experimento es necesario mantener un registro diario del curso del mismo en virtud de que la memoria humana no es capaz de asimilar todo el trabajo realizado. Por ello toda la información, trabajo o idea se deberá registrar en forma permanente en un cuaderno. Este registro servirá no sólo para enlistar las observaciones sino también para describir todos los aspectos del trabajo experimental, porque éste es esencialmente de exploración y en realidad no se sabe qué información puede ser necesaria más adelante.

Se debe recordar que uno de los principios fundamentales del trabajo de laboratorio es el de que otra persona con igual preparación, siguiendo las notas del cuaderno, debe ser capaz de reproducir el experimento. Esa persona puede ser el mismo autor que al mes o al año quiera reproducir la experiencia.

No hay que fiarse de la memoria para completar detalles. Todo debe estar registrado en un cuaderno. Jamás se deben registrar las observaciones en un trozo de papel, ya que se corre el riesgo de perderlo junto con información que puede ser de valor.

Si el trabajo experimental lo debe continuar otro, es importante la correcta organización de las notas en el cuaderno. Las distintas partes de la experiencia han de estar separadas por encabezamientos adecuados. Los datos deben aparecer en orden cronológico. Se debe tener presente que el cuaderno del laboratorio no es un informe que se ha de preparar después de la experiencia sino que es un registro paso a paso de lo que se está realizando.

Un registro claro y sistemático de un experimento es tan importante como el propio experimento, por lo que el formar en el estudiante el hábito de hacer en un cuaderno registros permanentes de sus observaciones e ideas en los inicios de los estudios profesionales será de mucho provecho en el ejercicio de su profesión.

8.3 SUGERENCIAS PARA EL REGISTRO

Encabezamiento

En el registro del trabajo experimental diario en la primera página del cuaderno del laboratorio debe aparecer el nombre del experimento y la fecha.

Objetivo

Cada vez que se inicie un nuevo experimento se debe registrar en forma clara y concisa el objetivo que se persigue.

Esto permite aclarar el problema a quien lo desarrollará y a quien repetirá el experimento.

Registro de mediciones

Todas las medidas se deben registrar inmediata y directamente. No se deben efectuar operaciones mentales y registrarlas en el cuaderno, porque si se comete una equivocación en la operación aritmética mental nunca se podrá corregir.

Al efectuar y anotar una medición conviene volver a mirar el instrumento de medición para verificar lo registrado. De modo que *LEA, ESCRIBA Y COMPRUEBE.*

Si escribe un número incorrectamente, no la repinte; siempre existe la posibilidad de descifrar erróneamente un número repintado. Tache siempre el número incorrecto y anote al lado el correcto.

Instrumentación

Es necesario anotar el número de serie de los instrumentos que influyen directamente en la precisión de los datos o de los aparatos clave que se hayan usado en las mediciones. Si el fabricante no les asignó número de serie, se les deberá dar. Esto permite localizarlos si se desea repetir las lecturas al analizar los resultados. Para ubicar exactamente la posición de los instrumentos es indispensable establecer alguna forma de indicación que muestre cómo estaba conectado en el arreglo experimental.

Procedimiento

En general no se requieren largas explicaciones acerca del procedimiento seguido. Basta con algunos comentarios al margen de los datos y de las figuras. Sin embargo, hay que anotar los detalles clave de la forma en que se va desarrollando la experiencia que permitan reproducirla después.

Diagramas

Los diagramas, junto con algunas explicaciones, son a menudo la forma más fácil y efectiva de explicar el principio de un experimento y de describir un equipo. Un diagrama no debe ser una representación artística ni fotografía del aparato; debe ser esquemático y sencillo e indicar sólo los aparatos que son pertinentes para el experimento.

El título del diagrama debe ser lo más claro y completo posible. En algunas ocasiones no conviene incluir en el diagrama datos numéricos.

Se debe dibujar el circuito del experimento de modo que se pueda reproducir fácilmente en el futuro. Hay que señalar cualquier modificación introducida en el circuito durante el experimento.

Por lo general un diagrama es la mejor forma de representar convenciones de signos. La figura 8.1 muestra la convención que se utiliza para representar una rotación por medio de un vector. Expresar esto en palabras no sólo es más difícil sino menos efectivo.

Tablas

Las mediciones se deben registrar en forma tabular siempre que sea posible. Las tablas tiene las ventajas de ser compactas y fáciles de seguir. Si el objeto de las tablas es proporcionar en forma sintética datos, es recomendable su uso para exponer una serie de detalles específicos (por ejemplo, variaciones de temperatura), o para mostrar la relación entre dos o más variables de un experimento (por ejemplo, la relación entre la corriente eléctrica y el voltaje aplicado a un conductor óhmico). No se recomienda su uso para repetir exactamente la información expuesta en el texto.

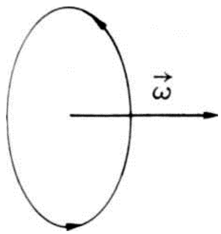


Figura 8.1 Diagrama

Los aspectos más importantes que se deben considerar en la organización de las tablas son su sencillez y uniformidad. Para obtener esto, hay que tener presente al lector que quiera repetir el experimento. Algunos de los elementos que deben figurar en una sola tabla son:

1. El número de la tabla.
2. Su título.
3. Las cabezas de las columnas, o sea los títulos que identifican la columnas verticales.
4. El campo, es decir las columnas de los datos.

En virtud de que las tablas se deben presentar con la mayor sencillez posible, se recomienda que las mediciones de la misma magnitud se registren en las columnas verticales. En la cabeza de la columna no sólo se debe registrar el nombre de la magnitud sino indicar también la unidad en que se midió. Una vez que la unidad se ha especificado en la cabeza de la columna no es necesario repetirla después de cada medición. También es conveniente que los números que se registren estén aproximadamente en el rango de 0.1 a 1,000, para lo cual se uti-liza la conveniente potencia de 10 de la unidad como se muestra en la tabla

Tabla 8.1 Módulo de Young.

Material	Y $(10^{11}\ Nm{\sim}^{2})$
Aluminio	0.70
Cobre	1.25
Hierro	2.06
Níquel	2.1

Las tablas deben contener absolutamente toda la información que sea necesaria para interpretar sus datos.

Gráficas

Una manera de presentar los datos de modo que se observen los resultados al variar uno o más parámetros es mediante una gráfica.

Las gráficas son de gran utilidad pues permiten representar numerosos datos en forma visual concisa. Las gráficas se deben hacer en el laboratorio, ya que al constatar la presencia de valores dudosos durante el experimento se puede corregir al tener montado el arreglo experimental. Las gráficas se deben trazar en papel adecuado (milimétrico, semilogarítmico, polar, etc.), por lo que conviene disponer de una minuciosa selección de papeles gráficos, además del cuaderno de notas.

En cada gráfica se han de distinguir claramente las curvas del rayado del papel, así como los puntos que representan las diversas observaciones. Además debe tener un encabezamiento descriptivo breve como el que se muestra en la figura 8.2 (potencia de la carga en función de la corriente).

Cálculos

En este punto se debe ser especifico, es decir que el encabezado se debe iniciar como "Cálculo de la aceleración de la gravedad correspondiente a los datos de la Tabla No. X", pero no con el título de "Cálculos". Es importante que se incluyan en el cuaderno los cálculos, ya que después, en la elaboración del informe y en el análisis de los resultados, puede ser necesario contar con los resultados intermedios.

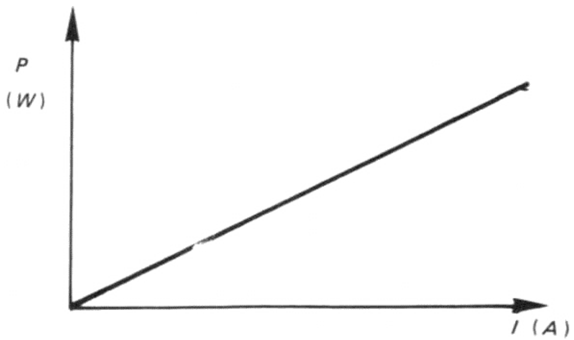


Figura **8.2** Potencia de la carga en función de la

Unidades

Es conveniente registrar las unidades con que se haya medido una cantidad. Por ejemplo, decir que la masa de un objeto es 10 no significa nada. Las cantidades que se midan se deberán registrar en las unidades del instrumento con que se haya efectuado la medición. Si una longitud se mide con un tornillo micrométrico graduado en milímetros y la lectura que se obtiene es 2.43 se registrará la medida como 2.43 mm. Cuando se requiera se podrá convertir la lectura obtenida a otro sistema de unidades.

Conclusiones

En el cuaderno de laboratorio merece particular atención la anotación de las conclusiones. Aquí es donde se deben interpretar los resultados evitando casos como este:

1. "Se comparó el multímetro con el voltímetro patrón y se encontró que es exacto dentro del error experimental".

Esto es incoveniente en parte porque la frase "exacto dentro del error experimental" es vaga y puede significar diversas cosas para distintas personas, pero principalmente porque no se ha dado la prueba de la afirmación. Lo que se debe anotar es algo parecido a lo siguiente::

Calibración del multímetro TMK 500

Multímetro	(26.1 ± 0.2) V
Voltímetro patrón	26.0 V

Conclusión: El error del multímetro es despreciable con respecto al valor obtenido por el voltímetro patrón.

Como se ve, en las conclusiones figuran explicaciones de los resultados, además de propuestas de nuevos experimentos y comentarios generales. Las conclusiones deben ser breves pero completas.

Bibliografía

En el cuaderno de labarotario se debe anotar el material de referencia utilizado para realizar el experimento, ya que puede ser necesario referirse después a dicha bibliografía.

8.4 REPORTE DEL LABORATORIO

Como la elaboración de informes es una de las principales actividades de ingenieros y científicos, es necesario que durante su formación se les brinde la oportunidad de desarrollar esta habilidad, la cual puede tener una influencia decisiva en su carrera profesional, ya que independientemente del éxito de un experimento o lo brillante que resulte algún proyecto, éste puede ser de poco valor si la información no se transmite en forma adecuada. Además, el reporte escrito es el medio usual de comunicación tanto en el ambiente científico como tecnológico, ya sea que circule internamente en una empresa, institución de enseñanza o que se publique a nivel nacional o internacional.

En la preparación y elaboración del informe escrito es indispensable tomar en cuenta que de acuerdo con su calidad se juzgará el trabajo o proyecto realizado. Así, hay que redactarlo con el mismo cuidado que se haya puesto en el proyecto o experimento, pues sería una lástima estropearlo con un informe posterior descuidado. Aquí es donde radica la importancia de escribir un buen informe y de presentar la información de manera pulcra, precisa y clara.

Los científicos, como los ingenieros, desde la entrevista de su primer empleo y durante el ejercicio de su profesión hasta el discurso de retiro dedican un tiempo mayor a la comunicación oral y escrita que a otras actividades de su profesión.

Es por esto que, durante su educación, se debe buscar un incremento en el desarrollo de estas capacidades que les permita un rendimiento eficiente en este aspecto tan importante de su futuro trabajo.

Aunque poca gente tiene capacidad natural para la comunicación, cualquiera con la práctica puede mejorarla hasta un alto grado, siempre y cuando reflexione en el efecto que cada palabra, frase y párrafo tienen en el lector o el auditorio.

8.5 ESTILO

El estilo es la forma mediante la cual los pensamientos se expresan en la escritura, pero para nuestros propósitos el estilo no tan sólo importan las palabras que se usen y la composición de las oraciones sino también la presentación del trabajo como un todo. Aunque uno de los objetivos de estas notas es desarrollar en el lector un "buen estilo" en la escritura de informes, es difícil establecer exactamente lo que se quiere decir con esta frase. Sin embargo, se dice por ejemplo que un científico tiene buen estilo si el significado y los resultados de su trabajo se comunican al lector de manera clara e interesante. Cuando un argumento se presenta con buen estilo el lector por lo general está predispuesto a aceptar el punto de vista del escritor.

El estilo de escritura de un ingeniero o científico se modela no tan sólo con los conocimientos y experiencia sino también con las palabras y estructuras usadas en otros reportes, pues inconscientemente se emplean frases y construcciones de esos trabajos considerados como modelos. Aquí es necesario recalcar que un ingrediente esencial para desarrollar un buen estilo es el uso correcto del lenguaje, pues hay que considerar que el eslabón entre el escritor y el lector son las palabras mismas, es decir que no sólo hay que considerar las reglas gramaticales del español sino la selección de las palabras y la composición de las oraciones para decir exactamente lo que uno se propone de manera concisa y agradable, con un estilo propio.

8.6 PRINCIPIOS GENERALES

Esta sección contiene algunas observaciones que pueden ayudar al estudiante en la escritura de reportes científicos y tecnológicos. Se ha intentado ser muy general, pero se ilustra específicamente considerando el trabajo experimental.

Una de las cualidades esenciales en la escritura es la claridad tanto en la exposición como en la estructura. La claridad en la exposición es la que hace que el lector entienda exactamente lo que el autor del escrito expresa en cada frase y en cada párrafo. La claridad estructural se consigue cuando el reporte se escribe en secuencia lógica, es decir, que en la expresión no existen cambios bruscos al pasar de una sección a otra, sino que se lleva al lector a través del argumento por pasos lógicos y pausados que van desde la primera frase hasta las conclusiones finales.

Se ha aceptado internacionalmente que los informes se redacten en forma impersonal y en tiempo pretérito, porque se considera que así se puede lograr mayor objetividad que resalte el experimento o proyecto y no al experimentador proyectista. Pero en algunas ocasiones se puede utilizar la primera persona para destacar un punto de vista del autor o para recalcar el hecho de que una proposición es principalmente la opinión de quien escribe. Otro estilo que se emplea en la escritura científica es la voz pasiva.

Para escribir un buen reporte es fundamental que durante la elaboración del mismo se esté pensando todo el tiempo en el lector al que va dirigido. Es decir, el autor debe adaptarse al estilo, a la terminología, a los intereses y al nivel de conocimientos de sus principales lectores.

Algunas veces, cuando el reporte está dedicado tanto a científicos como a no científicos, se debe tener mucho cuidado en su elaboración a fin de que sea útil a ambos tipos de lectores.

Los estudiantes deben redactar los reportes de laboratorio pensando en que el lector será otro estudiante con el mismo nivel de conocimientos y con iguales características.

La elaboración de un reporte no se debe considerar un fin sino un medio para comunicar los resultados, experiencias o ideas del autor. El reporte tiene un objetivo bien definido, el cual va a determinar su forma y estilo. Con frecuencia se redactan malos reportes cuando el escritor se preocupa por ajustarlos al estilo de una revista científica o tecnológica; es decir, cuando su interés consiste en ver qué tanto se ajusta a "dos gráficas, tres tablas, 1,000 palabras" olvidando que la función principal de los reportes es transmitir información.

Antes de iniciar la redacción de un reporte o artículo es necesario que el autor lea el folleto con instrucciones para los autores de la revista o empresa (si es que existe), a fin de que se ajuste al estilo general de los artículos y reportes de la revista o empresa.

8.7 ELABORACIÓN DEL REPORTE

Una de las características de un buen reporte es la correcta planeación y organización. Por lo tanto, es básico que se organice y planee, y para ello se sugiere elaborar un bosquejo que lo delinee y que señale los pasos por seguir. Son muy pocos los científicos y tecnólogos que redactan buenos reportes sin antes haber hecho un bosquejo del mismo. Por lo general cuando los estudiantes van a redactar un informe, al principio no se preocupan por mantener un balance entre el contenido y el escrito, lo que provoca largos informes que sería posible reducir sin sacrificios de claridad y contenido. Las siguientes sugerencias garantizarán una mayor probabilidad de elaborar un buen reporte.

a) Señalar los objetivos del experimento o proyecto, así como las razones del reporte escrito.

b) Hacer un bosquejo de los puntos que se deben tratar, así como su secuencia en el reporte.

c) Incluir la información necesaria para que se pueda comprender el experimento o proyecto.

d) Ampliar o reducir el número de puntos que se traten en cada sección del reporte para buscar un equilibrio, procurando evitar que por esto se pierda concisión y claridad.

e) Asignar el título y numeración a cada una de las tablas, gráficas y diagramas que aparecen en el reporte.

f) Verificar que el anteproyecto del reporte satisfaga los objetivos originales.

g) Escribir el resumen y las conclusiones al final.

h) Dar a leer el anteproyecto a otra persona para que emita su opinión y sugerencias y así poder corregirlo.

8.8 ESTRUCTURA DEL REPORTE

En la estructura del reporte se observan ciertas convenciones que en su mayoría han sido establecidas por las revistas científicas y tecnológicas y permiten cierta uniformidad en su presentación. Esta estructura permite que el lector seleccione la sección que más le interesa sin necesidad de revisar todo el reporte, sobre todo si se considera que muchas veces quien va a leerlo es un funcionario muy ocupado que sólo le interesa saber en forma concisa y rápida cuáles fueron los resultados y conclusiones que se obtuvieron.

Un reporte formal usualmente está constituido por secciones, las cuales aparecen bajo los siguientes encabezados, aunque no necesariamente en el mismo orden.

1. Título.
2. Resumen.
3. Tabla de contenido.
4. Notación o nomenclatura.
5. Introducción.
6. Teoría.
7. Procedimiento.
8. Resultados.
9. Discusión. 10.

Conclusiones.

11. Agradecimientos.
12. Apéndices.
13. Referencias.

Un reporte informal probablemente siga el mismo patrón pero se elabora con la idea de una narrativa continua, donde una sección puede agrupar varias secciones enlistadas y otras se pueden omitir.

Sin importar la forma del reporte escrito, las páginas deberán ser numeradas para una fácil referencia durante la discusión.

Es recomendable también que los márgenes y espacio entre las secciones sean amplios y los encabezados se escriban con mayúsculas.

CONTENIDO DEL REPORTE Título

El título sirve para identificar el reporte. Debe ser breve pero descriptivo. Ayuda a clasificar rápidamente el trabajo.

Resumen

Esta sección señala en forma breve el propósito y alcance del trabajo que se reporta, así como las principales conclusiones obtenidas. El resumen también permite a quienes trabajan en el tema decidir si quieren leerlo, y a los que solamente tienen interés general en el tema les proporciona los resultados esenciales sin necesidad de leer todo el reporte.

Tabla de contenido

Una lista de contenido es necesaria para los reportes largos; indica el número de páginas de cada una de las secciones. Esta tabla de contenido se incluirá cuando se considere que va a ser de ayuda para el lector y no por tratar de hacer más formal el reporte.

Notación o nomenclatura

Algunos autores consideran que es necesario dedicar una sección del reporte a proporcionar una lista que defina brevemente cada uno de los símbolos que aparecen en el informe.

Es pertinente aclarar que existen otros autores que prefieren definir los símbolos no usuales en su primera aparición dentro del cuerpo del reporte.

Introducción

El propósito de la introducción es mostrar en forma gradual la relación del trabajo con el cuerpo de conocimientos ya existentes. Es aconsejable iniciarla con una breve revisión de los resultados obtenidos en trabajos anteriores acerca del mismo tema y con una indicación de las razones por las que se hizo el trabajo que se reporta. Al redactar la introducción el escritor deberá tener presente las características del lector; esto le permitirá decidir cómo debe iniciarla. No siempre es necesario incluir una introducción en los reportes. Sin embargo, es importante que el estudiante adquiera cierta experiencia en la redacción de introducciones.

Teoría

En esta sección se debe presentar un bosquejo de la teoría que permita comprender al trabajo. En los casos en que un bosquejo de la teoría sea demasiado largo se incluirán solamente las conclusiones teóricas, dejando la teoría completa para un apéndice del reporte.

En esta sección también se acostumbra describir brevemente el método empleado, pero sin detalles.

Procedimiento

En esta sección se describe tanto el equipo como el procedimiento experimental empleado. La cantidad de detalles que se incluyen en esta sección no está determinada, pero los siguientes principios generales pueden servir de guía.

Si el equipo o el procedimiento que se utilizó es relativamente común, probablemente sea suficiente decir cual fue el que se empleó y dar una referencia de modo que el lector que se interese pueda encontrar una descripción completa. Además, si el equipo o el procedimiento contienen algunos aspectos nuevos se deberán describir con detalle.

La inclusión de fotografías y diagramas en esta sección permite al lector identificar el equipo y comprender el arreglo experimental. En los reportes por lo general no se incluye una lista del material utilizado ni el número de serie de cada instrumento de medición, ya que para la mayoría de los lectores estos detalles no son de interés.

Si existe un método muy especial que fue empleado en la medición de una magnitud en particular, se puede incluir en un apéndice a fin de evitar que se pierda la claridad en esta sección.

Resultados

Los resultados teóricos y experimentales se deberán incluir de manera clara. No es conveniente señalar todos los resultados obtenidos en un experimento muy largo, porque generalmente distraen al lector, aunque algunas veces se incluyen en un apéndice por considerarse esenciales. Es decir, en esta sección se deben mostrar por medio de tablas y gráficas los resultados más importantes, así como las muestras representativas de algunas medidas básicas.

Es importante registrar en esta sección los valores de las incertidumbres asociadas a las magnitudes medidas, ya que permitirán al lector obtener sus propias conclusiones y examinar la confiabilidad de los resultados.

Discusión

Los comentarios del autor acerca de su propio trabajo aparecen en esta sección. Aquí es donde él puede:

a) Justificar el tipo de arreglo experimental o el método de cálculo empleado.

b) Establecer una comparación entre sus resultados y los de otros.

Conclusiones

En esta sección los principales resultados se resumen y su significado se explica con brevedad.

Cada conclusión que se presente debe estar referida tanto a los datos y resultados obtenidos como a la conveniencia de un diseño para determinado propósito. Una de las características de esta sección es que debe ser lo más breve posible para que se encuentren las conclusiones rápidamente.

Agradecimientos

Como una forma de reconocer la ayuda y las facilidades dadas por una empresa o un grupo de personas, en esta sección el autor expresa su agradecimiento por el apoyo dado. En la mayoría de los reportes de laboratorio de los estudiantes esta sección se omite.

Apéndices

Como se mencionó, las descripciones detalladas de equipo y de procedimientos experimentales, así como el desarrollo de teorías específicas, aparecen al final del reporte. Los apéndices tienen como finalidad dar más información a los lectores que tengan mayor interés por el trabajo realizado.

Referencias

Es importante indicar los libros y artículos que se consultaron para que también el lector pueda recurrir a ellos. La manera de presentar esta sección es mediante una lista en orden alfabético de las referencias al final de los apéndices del reporte. La manera convencional de elaborar una referencia consiste en indicar: nombre del autor, título del artículo, título de la revista o libro, nombre de la editorial, número de volumen, número de página y año de publicación.

La longitud de cada sección puede variar desde cero hasta varias páginas, dependiendo del tipo de trabajo que se realizó y de la cantidad de trabajo que se reporte.

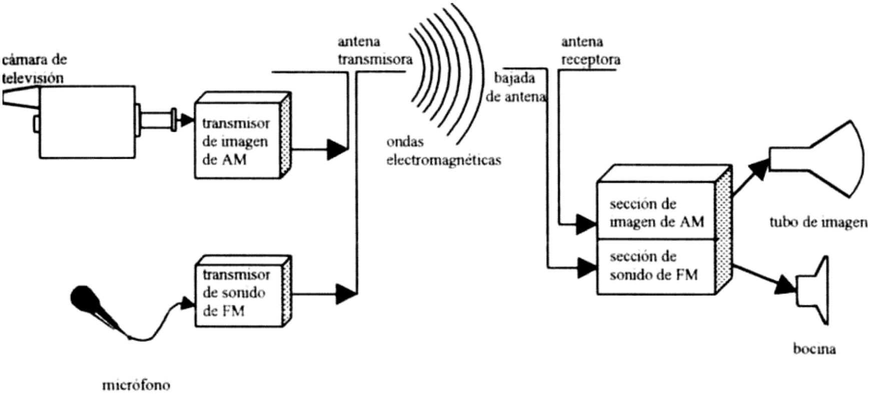
Además, hay que recordar que en el reporte se debe incluir solamente la información que el lector requiere.

En los reportes de laboratorio de los estudiantes se pueden omitir algunas secciones que se han comentado en esta sección.

Finalmente, se puede decir que si se está interesado en escribir buenos informes uno debe ser su propio crítico, para preguntarse continuamente si lo que se ha escrito es lógico, conciso y claro.

8.9 RECURSOS AUXILIARES DE LA COMUNICACIÓN CIENTÍFICA

Los científicos, los ingenieros, los médicos, en fin, los escritores requieren frecuentemente utilizar recursos que les permitan ilustrar sus ideas, resultados o los hechos que describen, como medio de acercamiento a la realidad (como las fotografías), ilustrar un proceso (con ayuda de diagramas) o simplificar un concepto o parte del mismo (mediante esquemas). Véase la figura 8**.3** en la que ilustra mediante un diagrama simplificado la transmisión y recepción de



Figur

Existen, además, otros recursos que aportan gran cantidad de información y permiten comparaciones (cuadros sinópticos), todo en un espacio reducido; así como tablas de valores que muestran cantidades que si se citan en el texto causarían confusión. Los diagramas de flujo constituyen también un valioso recurso que permite ilustrar un proceso con sus vías colaterales y resultado final, de manera que casi a primera vista se puede captar su utilidad.

Estos auxiliares en el reporte o informe final deben en general mostrar las cualidades de un escrito científico, o sea; objetividad, claridad, orden, precisión, brevedad y sencillez.

Para darse cuenta de ello basta analizar una fotografía que en el documento o reporte ilustra algún concepto o instrumento. En primer lugar, constituye un acercamiento a la realidad por que permite captarla mejor que con las palabras; una imagen apropiada ilustra mucho más que una amplia descripción.

La fotografía bien seleccionada permite enfocar el aspecto u objeto que nos interesa ilustrar por medio de una imagen clara, con contraste suficiente que ocupe el primer plano y no se confunda o se pierda en un mar de detalles, sino que sea ella el tema central. Si se usó fotografía a color, debe indicarse el tipo de película usado y algunas de sus características; todo esto con el propósito de que el lector valore cada detalle de la imagen. No hay que olvidar, en los casos, que así lo requieran, citar el aparato con que se captó la imagen (por ejemplo, la cámara, fotomicroscopio, aparato de rayos X, ultrasonógrafo, microscopio electrónico u otro dispositivo) e incluir marca, modelo y alguna característica distintiva. De esta manera, la fotografía se convierte en un documento ilustrativo y muy informativo acerca de los procedimientos empleados para obtenerla.

Es conveniente hacer notar que el pie de una fotografía o una figura debe ser muy breve e indicativo, la descripción o comentario correspondiente se hará en el texto. Además, todo recurso de esta clase se colocará en el lugar apropiado, especialmente si hay que relacionarlo con el texto.

Para cumplir con lo anterior, el experimentador o científico deberá seleccionar muy bien sus fotografías y utilizar aquellas que llenen los requisitos señalados, así podrá estar seguro que sus ideas y resultados han quedado bien ilustrados.

Con las particularidades de cada caso, lo anterior es aplicable a los demás recursos auxiliares de la comunicación científica: por ejemplo, un esquema complementa la fotografía, la simplifica o pone énfasis en los aspectos que interesan; sus líneas deben ser simples pero ordenadas y el conjunto debe ser captado casi con una mirada.

Los recursos como cuadros sinópticos, gráficos, diagramas, esquemas y fotografías pueden emplearse y combinarse en un documento o reporte, para ilustrar las ideas, hechos y resultados de un experimento o proceso, a la vez que permiten ahorrar líneas en el texto y facilitar la comprensión. El uso inteligente de estos recursos demuestran una de las habilidades del científico o del técnico.

8.10 SIGNOS GRAMATICALES DEL ESCRITO

En el escrito científico se utilizan los signos de puntuación habituales en nuestro idioma y se siguen las mismas reglas para su uso; se emplean también otros signos auxiliares como paréntesis, comillas, subrayado y corchetes. Generalmente en él no se emplean los signos de admiración, los de interrogación, ni los puntos suspensivos, todos ellos propios del lenguaje literario y del familiar.

El buen uso de los signos de puntuación permite al escritor científico o investigador cumplir con una de sus misiones, la de comunicar eficazmente ideas, hechos y procesos, e invita a ser leído; en cambio, una comunicación mal escrita puede causar confusión, dificulta la difusión del conocimiento y provoca impresión desagradable, porque revela desconocimiento, injustificable de algo que debió aprenderse desde grados inferiores. En síntesis, se puede decir que una mala comunicación desvirtúa la labor científica, por más relevante que ésta haya sido.

Por lo anterior, se presenta un resumen acerca de los usos más comunes de los signos de puntuación.

La coma = *pausa breve:*
- Separar elementos de una serie.
- Separa elementos incidentales o explicativos.

El punto = *pausa larga:*
- Separa las oraciones en tema y matiz.
- Si no termina al párrafo, conserva relación con lo anterior.
- Si es final de párrafo, marca otra fase del escrito.
- Es imprescindible al final de todo escrito.

Punto y coma = *pausa intermedia:*
- Separa frases en serie.
- Separa oraciones más o menos próximas en sentido,
- Separa oraciones más o menos largas unidas a la principal.

Dos puntos = *pausa intermedia:*
- Anuncia que sigue una enumeración.
- Cuando una frase es consecuencia de otra.
- Antes de transcribir una cita.

Guión corto = *a veces separa y a veces une:*
- Cuando la palabra no termina al final del renglón.
- Entre los dos elementos de una palabra compuesta, sobre todo si hay oposición a los conceptos.

Guión largo:
- Separa de la frase elementos intercalados, menor relación de lo incidental con el texto que en el caso de las comas.

Paréntesis:
- Separa notas explicativas

Comillas:
- Lo que se cita.
- Si se quiere dar sentido irónico.

Es importante señalar que el empleo de los signos de puntuación o su ausencia en un escrito, responden al estilo del escritor.

8.11 RECOMENDACIONES GENERALES PARA LOGRAR UN REPORTE DE CALIDAD

1. Concentrarse en la labor de escribir el reporte o escrito. Evitar la distracción y la divagación mientras se escribe, ya que esto, lleva a cometer errores.

2. Poner a la mano todos los útiles y apoyos necesarios para escribir, es decir, se debe contar en el área donde se está escribiendo con lo siguiente, un diccionario de la lengua castellana, un diccionario de sinónimos y antónimos, hojas, lápices, plumas, gomas, de un diccionario de la lengua que se está traduciendo; de diskettes para respaldar la información si es que se está empleando una computadora, en fin, de todo lo necesario.

3. Tener una idea muy clara de lo que se va a escribir, esto evitará verborrea, imprecisión y desorden en el reporte o documento.

4. Seleccionar las palabras que expresen con exactitud lo que se quiere decir o lo que se observó. El empleo de términos equívocos y el enlace deficiente de palabras, frases u oraciones puede provocar confusiones en el lector.

5. Evitar explicaciones sobre lo que ha dicho, pues si las ideas o descripciones han sido expresadas con claridad, sobran aclaraciones.

6. Exponer las ideas en orden, a fin de hacer más clara la exposición y la lectura.

7. Evitar frases inútiles. Ejemplo; "algunos de éstos átomos habían perdido un electrón, los demás no". En este enunciado resalta la última parte, la cual es innecesaria.

8. No esperar que el escrito o reporte quede listo al primer intento. Debe revisarse una y otra vez hasta convencerse de que está plasmado lo que se quiere decir.

9. Dar a revisar a otra persona o personas del área el informe o documento y aceptar las sugerencias que mejoren su estructura y claridad. No hay que molestarse por las críticas que se le hagan al documento o reporte.

10. Realizar una revisión final antes de entregar el documento o reporte. No confié en quién pasó a limpio el manuscrito o versión inicial, *recuerde que el responsable del reporte o escrito es usted.*

11. Cuidar la presentación del reporte o documento, ya que éste debe tener un aspecto limpio, y ordenado. La presentación es importante. Deberá contemplarse el reporte como si fuera una colección de "cuadros".

8.12 PREGUNTAS

1. ¿Por qué hay que hacer un registro de la actividad experimental en un cuaderno?

2. ¿Por qué es importante una buena organización de las notas que se hacen durante el experimento?

3. ¿Cuáles son los elementos que caracterizan a una tabla de valores?

4. ¿Qué es un reporte o informe final de un experimento?

8.13 EJERCICIOS

1. Menciona las secciones que debe tener un reporte de laboratorio.

2. Menciona cinco recomendaciones generales para elaborar un reporte de calidad.

3. Investiga las reglas básicas del uso de los siguientes signos de puntuación.

   3.1 punto 3.2 coma 3.3 paréntesi s 3.4 comillas

4. Define los siguientes conceptos.
   4.1 Objetividad
   4.2 Claridad
   4.3 Sencillez
   4.4 Brevedad
   4.5 Verbosidad

5. Investiga y describe algunas de las características del lenguaje científico.

6. Elabora un reporte de una actividad experimental o investigación siguiendo las recomendaciones dadas en este capítulo.

9

Sistema Internacional de Unidades

9.1 INTRODUCCIÓN

Ante la necesidad de contar con un sistema de unidades aceptado por todos los países es que durante la 1 la conferencia general de pesas y medidas (CGPM) llevada a cabo en París en el año de 1960, se elaboró un nuevo sistema denominado Sistema Internacional de Unidades (SI).

En este capítulo se describen sus antecedentes, principales características y definen las unidades fundamentales y suplementarias de este sistema.

9.2 ANTECEDENTES

Las unidades de medición son una parte esencial en el comercio para todos los pueblos del mundo. Al principio, cuando los países estaban más o menos aislados unos de otros, cada país desarrolló su propio sistema de unidades. Sin embargo, conforme avanzaron los conocimientos científicos y tecnológicos, se creó la necesidad de medir con mayor exactitud y precisión. Al mismo tiempo se incremento la rapidez en los viajes y las comunicaciones. Esto acercó a los pueblos, así como sus intercambios comerciales y la necesidad de contar con un sistema común de unidades para todo el mundo.

En el siglo XVII Jean Picard propuso que el sistema de pesas y medidas tuviera una base científica. El sugirió que la unidad de longitud fuera la longitud de un péndulo cuyo período fuese de un segundo al nivel del mar y a una latitud de 45°.

En el siglo XVII reinaba en todo el mundo una completa confusión en cuanto a pesas y medidas. Fue la Revolución Francesa, movimiento de reforma y revisión tanto de métodos científicos como sociales, la que habría de propiciar con éxito la creación de un nuevo sistema de pesas y medidas. Esto se inicio el 8 de mayo de 1790 cuando Charles Maurice Talleyrand, líder de la asamblea nacional Francesa, propuso que se solicitará a la Academia de Ciencias la creación de un sistema universal de pesas y medidas.

Para dar cumplimiento a esta petición, La Academia de Ciencias integró cinco comisiones. En éstas participaron científicos como Coulomb, Lavoisier, Borda, Cassini etcétera. A pesar de las dificultades que la Revolución implicaba, los hombres de ciencias francesa establecieron en 1795 el llamado Sistema Métrico Decimal.

En el año de 1875, se firmó un tratado internacional; el tratado del Metro, en el que se establecieron unidades métricas bien definidas para la longitud y la masa, y un comité que tomó la denominación de *Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM).* Los integrantes de la Conferencia General se reunieron por primera vez en 1889 y crearon el Comité Internacional de Pesas y Medidas. Este comité creó a su vez la *Oficina Internacional de Pesas y Medidas* que se instaló en Serves, en los alrededores de París con facultades para continuar el perfeccionamiento del sistema métrico.

Los Alemanes Gauss y Weber aplicaron el sistema métrico a las ideas científicas de su época. Para sus estudios de los campos magnéticos escogieron el centímetro, el gramo, y el segundo como unidades fundamentales. Más adelante con la invención de la máquina de vapor y el desarrollo de las ingenierías mecánica y eléctrica, se definieron las unidades del volt, ohm, ampere y farad. Es el físico italiano Giorgí quién desarrolló un sistema de unidades electromagnéticas que sirvió de base para el actual sistema internacional.

Las definiciones de las unidades evolucionaron para poder seguir los progresos de la ciencia y de la técnica. Es así que en 1960, durante la lia Conferencia General de Pesas y Medidas, llevada acabo en París, se elaboró, tomando como base el sistema métrico decimal, un nuevo sistema denominado Sistema Internacional de Unidades el cual por acuerdo general de los países representados se abrevió SI. En la actualidad este sistema es aceptado mundialmente incluso en los Estados Unidos de Norteamérica.

El sistema Internacional de Unidades está constituido por:

1. Los patrones de medida.

2. Un método para formar unidades mayores y menores.

3. Las definiciones de las unidades.

4. Recomendaciones para la escritura.

9.3 UNIDADES FUNDAMENTALES O BÁSICAS

La Conferencia General de Pesas y Medidas en las reuniones durante el período 1889-1971, seleccionó como unidades fundamentales o básicas las que aparecen en la tabla 9.1. Estas unidades dimensionalmente independientes entre sí son la base del Sistema Internacional de Unidades.

Tabla 9.1 Unidades fundamentales o básicas del SI.

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

Las definiciones de las unidades fundamentales están bajo una constante revisión y se han estado cambiando a lo largo de la historia. Las definiciones que a continuación se dan corresponden a las aceptadas actualmente.

El kilogramo se define como la masa de un cilindro fabricado con una aleación de platino-iridio que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sévres, Francia.

Este patrón de masa se estableció en 1889 y no se ha cambiado ya que la aleación de platino-iridio es extraordinariamente estable.

El metro es la distancia recorrida por la luz en el vació durante un intervalo de tiempo de 1/299 792 458 de segundo.

Esta nueva definición del metro se formuló en 1983 en la 17a Conferencia General de Pesas y Medidas. Esta definición establece que la rapidez de la luz en el vació es de 299 792 458 m/s.

El segundo es el tiempo que requiere un átomo de cesio 133 para realizar 9 192 631 770 vibraciones, correspondientes a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental.

Esta definición del segundo se dio en 1967 en la 13a Conferencia General de Pesas y Medidas.

El **Kelvin** se define como la fracción 1/273.16 de la temperatura triple del agua.

El punto triple del agua, corresponde a la temperatura y presión únicas en las que el agua, el vapor de agua y el hielo pueden coexistir en equilibrio. Esta definición se estableció en 1967 en la 13a Conferencia General de Pesas y Medidas.

El **ampere** es la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita y de sección circular despreciable, separados por una distancia de un metro y situados en el vació, produce entre dichos conductores una fuerza de 2×10^{-7} newton por cada metro de longitud. La fuerza producida se debe a los campos magnéticos de los conductores. Esta unidad fue denominada así en honor del físico francés André Marie Ampere, desde 1948.

El **mol** es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene un número de entidades elementales equivalente a la cantidad de átomos que hay en 0.012 kg de carbono 12.

Cuando se utiliza el mol, hay que especificar las entidades elementales, ya que estos pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones u otras partículas. Esta definición de mol fue aceptada desde 1971.

La **candela** es la intensidad luminosa en una dirección dada de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertz y cuya intensidad energética en esa dirección es 1/683 watt por esterradián. Esta unidad fue aceptada desde 1979 en la 16a CGPM.

9.4 UNIDADES SUPLEMENTARIAS

El Sistema Internacional de Unidades está integrado por dos unidades suplementarias; el radián para medir los ángulos en un plano y esterradián para medir un ángulo sólido. El símbolo de estas unidades aparece en la tabla 9.2

Tabla**9.2**Unidades suplementarias.

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD	SÍMBOLO
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	esterradián	sr

El **radián** es el ángulo plano con su vértice en el centro de un círculo que está subtendido por un arco de igual longitud al radio (figura 9.1)

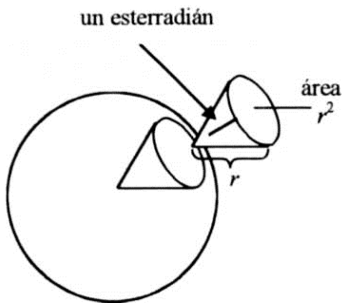


Figura 9.1 El radián es la unidad del ángulo plano.

El **esterradián** es el ángulo sólido con su vértice en el centro de una esfera que está subtendido por un área de la superficie esférica a la de un cuadrado con lados de igual longitud que el radio (figura 9.2).

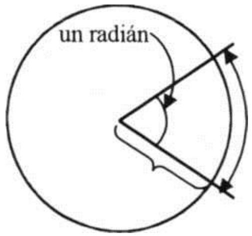


Figura 9.2 El esterradián es la unidad del ángulo sólido.

9.5 UNIDADES DERDIVADAS

Las unidades derivadas se forman con la combinación de las unidades fundamentales o básicas, las unidades suplementarias, y otras unidades derivadas de acuerdo con la ecuación algebraica que las relaciona. Por ejemplo: la unidad de la velocidad se obtiene de considerar la ecuación que la define (v = d/t) y de sustituir en ella, las unidades respectivas, o sea que la unidad de la velocidad es el metro sobre segundo.

Algunas unidades derivadas reciben nombres especiales. En la tabla 9.3 se presentan algunas.

Tabla **9.3** Unidades que reciben nombres especiales en

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD	SÍMBOLO	RELACIÓN DIMENSIONAL
Fuerza	newton	N	kg x m/s^2
Presión	pascal	Pa	N / m ^{2}
Energía, trabajo, calor	joule	J	N x m
Potencia	watt	W	J / s
Frecuencia	hertz	Hz	1/ s
Carga eléctrica	coulomb	C	A χ s
Potencial eléctrico, diferencia de potencial, fuerza electromotriz	volt	V	W / A
Resistencia eléctrica	ohm	w	V / A
Conductancia	siemens	s	A / V
Capacitancia	farad	F	c / v
Flujo magnético	weber	Wb	V x s
Densidad de flujo magnético	tesla	T	Wb/m^2
Inductancia	henry	H	Wb/ A
Flujo luminoso	lumen	lm	Cd/sr
Iluminación	lux	lx	lm / m^2
Actividad, radiactiva	becquerel	Bq	I / s
Radioactividad absorbida	gray	Ga	J/kg

En la tabla 9.4 se presenta una lista de algunas unidades derivadas del SI que no reciben nombres especiales, con sus símbolos y magnitudes que miden.

Tabla **9.4** Unidades derivadas del SI que no reciben nombres especiales.

UNIDAD	SÍMBOLO	MAGNITUD QUE MIDE LA UNIDAD
Ampere / metro	A/m	Intensidad de campo magnético
Ampere / metro cuadrado	A/m^2	Densidad de corriente
Candela / metro cuadrado	Cd/m^2	Luminancia, luminosidad
Coulomb / metro cúbico	C/m^3	Densidad cúbica de carga
grado / watt	°K/W	Resistencia térmica
Joule / (kilogramo x grado Kelvin)	J/(kg x °K)	Calor específico
Joule / metro cuadrado	J/m^2	Tensión superficial
kilogramo -metro segundo	kg m/s	Cantidad de movimiento
kilogramo -metro cuadrado	kg x m^2	Momento de inercia
kilowatt x hora	k W - h	Trabajo, energía
Newton - segundo	Ns	Impulso de una fuerza
ohm - metro	Ωm	Resistividad
radián / segundo	rad/s	Velocidad angular
Weber - metro	Wb - m	Momento magnético

9.6 UNIDADES COMPLEMENTARIAS

El Comité Internacional de Pesas y Medidas ha admitido la necesidad de mantener en uso algunas unidades que no pertenecen al Sistema Internacional de Unidades y que sin embargo se utilizan ampliamente, como las unidades de tiempo como el minuto, la hora, el día, así como el electrón-volt para la energía. En la tabla 9.5 aparecen estas unidades complementarias.

Tabla 9.5 Unidades complementarias aceptadas para el SI.

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD	SÍMBOLO
Tiempo	minuto hora día semana mes, etc.	min h d
Ángulo plano	grado sexagesimal	^{0} (exponente)
Temperatura	grado celsius	° C
Volumen	litro	***l***
Masa	tonela	t

9.7 PREFIJOS DEL SI

El SI dispone de un método general para formar unidades mayores y menores que las unidades tomadas como fundamentales: las unidades mayores y menores se forman con prefijos que modifican las unidades fundamentales y derivadas por factores de varias potencias de base 10.

Los prefijos son sílabas que antepuestas a la unidad indican los distintos múltiplos y submúltiplos de dicha unidad, cada uno de ellos tiene un símbolo determinado. Por ejemplo, el prefijo "hecto" significa cien (10^2) y su símbolo es h. Si dicho prefijo se antepone el símbolo del metro; hm, se obtiene el hectómetro, el cual representa cien metros (10^2 m).

Los prefijos son aplicables a todas las unidades del SI, de manera que se puede hablar de decigrados, miliamperes, kilopascales, etc.

Los múltiplos comunes designados por los prefijos deca, hecto y kilo y los submúltiplos comunes designados por los prefijos deci, centi y mili, son aceptados para la medición de las magnitudes más grandes y más pequeñas respectivamente que la mayoría de la gente necesita medir.

Pero, los científicos y técnicos requieren prefijos adicionales, porque en ocasiones se ocupan de magnitudes extremadamente grandes, como las dimensiones interplanetarias, o de magnitudes en extremo pequeñas, como el tamaño de un átomo o de un protón. Es por esto, que se han establecido prefijos para formar unidades derivadas extremadamente grandes o extremadamente pequeñas.

En la tabla 9.6 se presentan los prefijos del SI, así como sus equivalencias y símbolos. En virtud de que la unidad de masa (kilogramo) por razones históricas contiene un prefijo (kilo). Los múltiplos y submúltiplos de esta unidad de masa se formarán agregando un prefijo a la palabra gramo.

Tabla 9.6 Prefijos del SI.

NOMBRE	SÍMBOLO	VALOR
yotta	Y	10^{24} = 1 000 000 000 000 000 000 000 000
zetta	Z	10^{21} = 1 000 000 000 000 000 000 000
exa	E	10^{18} = 1 000 000 000 000 000 000
peta	P	10^{15}= 1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12} = 1 000 000 000 000
giga	G	10^{9}= 1 000 000 000
mega	M	10^{6}= 1 000 000
kilo	k	10^{3} = 1 000
hecto	h	10^{2}= 100
deca	da	10^{1} = 10
deci	d	10^{-1} = 0,1
centi	c	10^{-2} = 0,01
mili	m	10^{-3} = 0, 001
micro	μ	10^{-6} = 0, 000 001
nano	rt	10^{-9} = 0, 000 000 001
pico	P	10^{-12} = 0, 000 000 000 001
femto	f	10^{-15} = 0, 000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18} = 0, 000 000 000 000 000 001
zepto	ζ	10^{-21} = 0, 000 000 000 000 000 000 001
yocto	y	10^{-24} = 0, 000 000 000 000 000 000 000 001

9.8 REGLAS Y RECOMENDACIONES PARA LA ESCRITURA DE LAS UNIDADES DEL SI

Junto con las definiciones de las unidades de SI se emitieron ciertas recomendaciones tendientes a unificar en forma universal la escritura de dichas unidades, sus símbolos y otros conceptos relacionados. A continuación se dan a conocer algunas.

1. Los símbolos de las unidades deberán ser escritos con letras verticales o letras romanas derechas.

2. Los símbolos de las unidades nunca se escribirán en plural, siempre en singular, es decir, kg y no kgs.

3. Deberán usarse los símbolos y no abreviaciones de los mismos. Ejemplo; para metros deberá escribirse m y no mts.

4. El símbolo de una unidad no será seguido de un punto, excepto cuando se coloque al final de una frase.

5. En general los símbolos de las unidades se escribirán con letras minúsculas excepto los que provienen de un nombre propio, en cuyo caso se escribirán en mayúsculas. Por ejemplo, el símbolo de la unidad de fuerza, el newton se escribe como N, ya que proviene de un nombre propio. Pero la unidad del metro se representa por una letra minúscula, la m, pues dicho nombre no proviene de ningún nombre propio.

6. No deberá dejarse espacio entre el prefijo y los símbolos de las unidades. Por ejemplo; dm, cm, mA, ns etc.

7. Cuando una cantidad se expresa con un valor numérico y un símbolo, deberá dejarse un espacio entre los dos. Por ejemplo, 46 m es la forma correcta de escribir esta cantidad y no 46m.

8. Al escribir los nombres completos de las unidades que se obtienen de un producto, se deberá dejar un espacio entre las dos o bien poner un guión entre las dos unidades. Por ejemplo, la unidad del impulso deberá escribirse *newton segundo o newton-segundo.*

   Para el caso de las unidades que se obtienen de un cociente deberá emplearse la palabra por (o sobre) en vez de un quebrado. Por ejemplo, la unidad de la velocidad deberá escribirse metro por segundo o metro sobre segundo y no como metro/segundo.

   Para evitar confusiones en expresiones complicadas es preferible emplear los símbolos que las palabras completas.

9. No deberá mezclarse en una expresión los nombres y los símbolos de las unidades.

10. Cuando se escriban números menores que la unidad, se pondrá un cero y un punto* antes del número. Ejemplo; 0.46, 0.042 cm, 0.8 m, etcétera.

*Actualmente se indica que en lugar del punto debe colocarse una coma, pero como es difícil cambiar de un día para otro esta situación, he decidido mantener el punto para los decimales en todo el texto.

11. En una cantidad para marcar los decimales deberá usarse el punto en la misma línea . Es decir, que la cantidad 46.32 cm es la forma correcta.

9.9 PREGUNTAS

1. ¿En qué año se creó el SI?

2. ¿Cuáles son las unidades fundamentales del SI?

3. ¿Cómo se define actualmente la unidad de metro?

4. ¿Cuáles son las unidades suplementarias del SI?

5. ¿Cuáles son los nombres de las unidades que aparecen en la siguiente tabla?

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD
Fuerza	
Trabajo	
Energía	
Potencia	
Carga eléctrica	
Resistencia eléctrica	
Inductancia	

6. ¿Qué es un prefijo?

7. Cuáles son los símbolos de los prefijos que aparecen en la siguiente tabla?

PREFIJO	SÍMBOLO
micro	
nano	
pico	
mili	
mega	

9.10 EJERCICIOS

Para cada enunciado escribe en el paréntesis una V si es correcto y una F si es falso.

1. ( ) Un mútiplo del metro es el nm.
2. ( ) El prefijo micro significa mil...
3. ( ) El prefijo mega significa un millón de...
4. ( ) El prefijo "exa" equivale a un factor de 10^{18}
5. ( ) El prefijo "micro" equivale a un factor de 10^{3}
6. ( ) El prefijo pico representa un billonésimo de...
7. ( ) La cantidad 10"^{9} es representada por el prefijo nano.
8. ( ) La cantidad 46m se escribió correctamente.
9. ( ) La cantidad 4002 m se escribió correctamente.
10. ( ) La cantidad 14 200 Nxs se escribió correctamente.

Apéndices

A

Constantes fundamentales de la física

En este apéndice se presentan algunas de las constante de la física.

CONSTANTE	SÍMBOLO	VALOR APROXIMADO	MEJOR VALOR HASTA 1986
Velocidad de la luz en el vacío	**c**	**3×10^{8} m/s**	**$2.997\ 924\ 58 \times 10^{8}$ m/s**
Carga elemental	**e**	**1.60×10^{-19} C**	**$1.602\ 177\ 33 \times 10^{-19}$ C**
Masa del electrón en reposo	m_e	**9.11×10^{-31} kg**	**$9.109\ 389\ 7 \times 10^{-31}$ kg**
Constante dieléctrica	ε_0	**8.85×10^{-12} F/m**	**$8.854\ 187\ 817\ 62 \times 10^{-12}$ F/m**
Razón de carga a masa del electrón	e/m_e	**1.76×10^{-11} C/kg**	**$1.758\ 819\ 62 \times 10^{-11}$ C/kg**
Masa en reposo del protón	m_p	**1.67×10^{-27} kg**	**$1.672\ 623\ 1 \times 10^{-27}$ kg**
Masa en reposo del neutrón	m_n	**1.67×10^{-27} kg**	**$1.674\ 928\ 6 \times 10^{-27}$ kg**
Masa en reposo del muón	m_μ	**1.88×10^{-28} kg**	**$1.883\ 532\ 7 \times 10^{-28}$ kg**
Constante de Planck	h	**6.63×10^{-34} J-s**	**$6.626\ 075.5 \times 10^{-34}$ J-s**
Longitud de onda Compton del electrón	λ_c	**2.43×10^{-12} m**	**$2.426\ 310\ 58 \times 10^{-12}$ m**
Constante universal de los gases	**R**	**8.31 J/mol-K**	**8.314 510 J/mol-K**
Constante de Avogadro	N_A	**6.02×10^{-23} mol"^{1}**	**$6.022\ 136\ 7 \times 10^{23}$ mol"^{1}**
Constante de Boltzman	**K**	**1.38×10^{-23} J/K**	**$1.380\ 651\ 3 \times 10^{-23}$ J/K**
Constante de Gravitación Universal	**G**	**6.67×10^{-11} Nm^2/kg^2**	**$6.672\ 59 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2**
Constante de Rydberg	**R**	**1.10×10^{-7} m^{-1}**	**$1.097\ 373\ 151\ 1 \times 10^{-7}$ m^{-1}**

B

Cifras significativas

En una medición son **cifras significativas** todas aquellas que pueden leerse directamente en el instrumento de medición utilizado.

De acuerdo con lo anterior, se llama cifra significativa a cada uno de los dígitos (0, 1, 2, 3, 4,. . . 9, 0) que se obtienen como resultado de una medición o que son producto de cálculos a partir de mediciones. En general, el número de cifras significativas da una idea aproximada de la precisión de la cantidad medida o calculada.

Convencionalmente los físicos, químicos y todas las personas relacionadas con las mediciones han establecido que las **cifras significativas** de una medida son los números correctos o seguros (que se leen directamente en el instrumento y de los cuales se está seguro) y el primer número (cifra) estimado. En el ejemplo de la figura 1, los números 1, 5 y 8 son cifras de las cuales se está seguro que deben incluirse en el resultado de la medición y el número 6 representa la cifra estimada, de manera que la longitud L = 15.86 cm tiene cuatro cifras significativas, de las cuales el 6 representa la cifra dudosa o estimada.

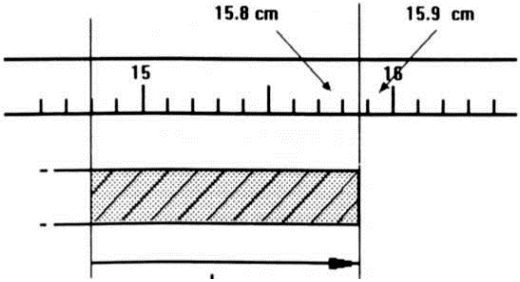


Figura **1.** En la medición de la longitud L = 15.86 cm el número seis es un dígito estimado.

Si el resultado de una medición es 0.00321 m, el número de cifras significativas es tres y no cinco o seis, porque los ceros a la izquierda no son significativos. Para evitar confusiones se hace uso de la notación científica, de tal modo que la medición anterior se reporta como 321×10^{-5} m. Por otra parte, los ceros a la derecha no se deben escribir si no tienen significado. Por ejemplo, dos medidas expresadas por 52 cm y 52.0 cm respectivamente no representan la misma cosa, pues la primera medida sólo tiene dos cifras significativas y la segunda tres, siendo esta última una medición más precisa que la anterior.

Operaciones con cifras significativas.

1. **Multiplicación** y **división.** Cuando las cantidades que se multiplican o se dividen fueron obtenidas mediante mediciones, el resultado de dicha multiplicación o división tendrá el mismo número de cifras significativas que la cantidad con menor de ellas. Por ejemplo, al efectuar la operación (2.2 cm) (3.415 cm), el resultado tendrá dos cifras significativas: 7.5 cm^2 (ya redondeado), pues el factor 2.2 tiene dos cifras significativas y es el que tiene menos cifras.

2. **Suma** y **resta.** En la suma o resta de cantidades que fueron obtenidas mediante mediciones, el resultado se debe expresar con tantos decimales como corresponden a la cantidad que menos de ellos tiene. Por ejemplo, al sumar 31.02 cm, 0.8 cm y 2.322 cm, el resultado final deberá tener una sola cifra decimal: 34.1 (ya redondeado), pues el sumando 0.8 es el que tiene menos cifras decimales que los otros sumandos.

3. **Funciones trigonométricas** y **exponencial.** El resultado de las funciones trigonométricas como el seno, el arco-tangente o la función exponencial tiene el mismo número de cifras significativas que el argumento o ángulo (el cual se obtuvo mediante medición). Por ejemplo, sen 35.4° = 0.579, sen 35° = 0.58 y In 9.3 = 2.2.

Redondeo de datos. Para obtener el número correcto de cifras significativas de un cálculo, el número se redondea al número de cifras significativas deseadas, eliminando uno o más dígitos a la derecha (dígitos superfluos).

1. Cuando el primer dígito que se elimina es menor que 5, el último dígito que se retiene permanecerá sin cambio. Por ejemplo, si la estimación reportada en la calculadora es de 24.321 y sólo debe tener tres cifras significativas, entonces el redondear el resultado se debe expresar como 24.3.

2. Cuando el primer dígito que se va a eliminar es mayor que 5, al último dígito retenido se le suma 1. Por ejemplo, la cantidad 2.37 m, al ser expresada con dos cifras significativas, se redondea de manera que el resultado se reporta como 2.4 m.

3. Cuando el dígito que se elimina es 5 ó 5 seguido de ceros, el dígito anterior sube si es impar y se conserva si es par. Por ejemplo, la cantidad 3.75 cm, el redondearse a dos cifras significativas, se expresa como 3.8 cm.

Si se aplican las reglas anteriores podemos concluir lo siguiente:

1. Los dígitos distintos de cero son significativos. Por ejemplo. 43.2 m tiene tres cifras significativas.

2. Todo cero al final y a la derecha del punto decimal es significativo. Por ejemplo, h = 310 m.

3. Los ceros entre dos dígitos significativos son significativos. Por ejemplo, t = 20 104 s tiene cinco cifras significativas, los dos ceros son significativos.

4. Los ceros utilizados sólo para localizar el punto decimal no son significativos. Por ejemplo, m = 0.00401 kg tiene tres cifras significativas; los tres primeros ceros de izquierda a derecha sólo se emplean para localizar el decimal.

Es importante prestar atención a las cifras significativas cuando se representan los resultados de las mediciones o de los cálculos, pues es tan erróneo incluir demasiadas cifras significativas como demasiado pocas. Registrar ciegamente todo lo que muestra la calculadora en la pantalla provocará resultados donde se incluyan cifras carentes de sentido.

En las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones es conveniente arrastrar más dígitos superfluos, eliminándolos en el resultado final. En los cálculos estadísticos el número de cifras que se retienen en la media aritmética normalmente es una más que en los datos primarios.

C

Papel semilogarítmico

DESCRIPCIÓN

El papel semilogarítmico está formado por un par de ejes mutuamente perpendiculares graduados de manera que la escala horizontal es una escala ordinaria en que las divisiones son de igual tamaño y la escala vertical es una escala logarítmica cuyas dimensiones se comprimen progresivamente a medida que se avanza hacia arriba (figura C.l). La escala logarítmica empieza con el número uno, mientras que la escala ordinaria (milimétrica) puede empezar con el cero o cualquier otro número.

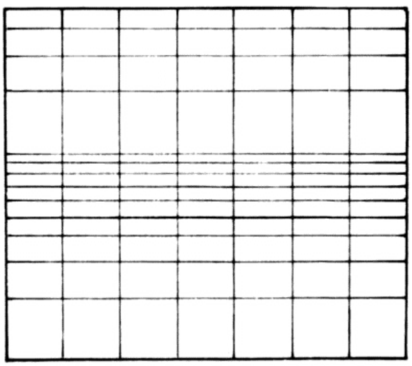


Figura C.l. Papel semilogarítmico.

USO

Uno de los métodos que más se emplea para encontrar una ecuación empírica a partir de los datos experimentales es la representación gráfica de los mismos, pues la forma de la ecuación empírica se puede encontrar por simple inspección. Ahora bien, cuando la gráfica que se obtiene no es lineal, ni parabólica, ni hiperbólica, etc., sino del tipo de gráfica representada por la ecuación (C.l)

$$Y = A\,b^{m\,X} \tag{C.l}$$

se recurre a graficar los datos en papel semilogarítmico porque al tomar logaritmos a ambos miembros de la igualdad se obtiene:

$$\text{log,}\quad Y = m\,X + \log_b A\,. \tag{C.2}$$

Si

$$\text{log,}\quad Y = Y'$$

$$\text{log,}\quad A = B$$

se tiene la ecuación de una línea recta.

$$Y' = mX + B. \tag{C.3}$$

Entonces, si se gráfica A¯ contra log, Y se obtendrá una línea recta. Debido a que es mucho más fácil juzgar los puntos cuando están en una recta que en una curva, se debe hacer la gráfica de log, Y contra X. Para esto hay que buscar los logaritmos de base b de todos los valores de Y, y hacer la gráfica en un papel ordinario para gráficas. Sin embargo, es más conveniente y fácil usar papel semilogarítmico, ya que al colocar un punto Y sobre la escala logarítmica se le estará colocando en la posición de $\log_b Y$.

SIGNIFICADO DE UNA RECTA EN PAPEL SEMILOGARÍTMICO

Si un conjunto de valores $(Xi,\ Yi)$, al ser localizados en papel semilogarítmico, producen una línea recta como se muestra en la figura C.2, entonces para obtener la ecuación de dicha recta se tomarán dos puntos $P_1\ (X_1,\ \log_b Y_1)$ y $P_2\ (X_2,\ \log_b Y_2)$

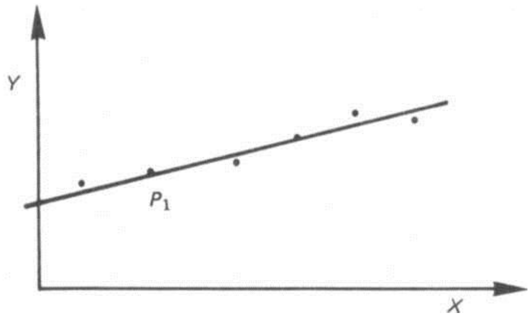


Figura C.2. Gráfica en papel semilogarítmico.

Por lo tanto, la ecuación de la recta se obtiene de

$$\log_b Y - \log_b Y_1 = m\ (X - X_1)$$

donde

$$m = \frac{\log_b Y_2 - \log_b Y_1}{X_2 - X_1} \qquad \text{(C.4)}$$

Si

$$X_1 = 0 \text{ y } Y_1 = A$$

entonces

$$\log_b \frac{Y}{A} = mX.$$

Por la definición de logaritmo se obtiene:

$$Y = Ab^{mX} \tag{C.5}$$

donde

A = ordenada al origen en el papel semilogarítmico. m = pendiente de la recta.
b = base de escala logarítmica del papel semilogarítmico.

Es decir que si a partir de un conjunto de datos se obtiene una línea recta, al graficarlos en papel semilogarítmico la relación que existe entre las dos variables X y Y está dada por la ecuación (C.5).

Como la pendiente m está calculada en logaritmos de base b, y dado que en general se desconoce la base del papel, se debe calcular dicha pendiente utilizando logaritmos de otra base, N. Entonces, por la propiedad de los logaritmos que permite cambiar de una base b a otra base N, la ecuación (C.4) se convierte en

$$m = \frac{\dfrac{\log_N Y_2}{\log_N b} - \dfrac{\log_N Y_1}{\log_N b}}{X_2 - X_1}$$

$$m = \frac{1}{\log_N b} \frac{\log_N Y_2 - \log_N Y_1}{X_2 - X_1} \tag{C.6}$$

Ahora bien, en la ecuación (C.5) aparece b que como ya se dijo antes se desconoce, y como se desea saber la relación existente entre las dos variables X y Y en términos de cantidades conocidas, se toman logaritmos de base N en ambos miembros, para encontrar dicha relación:

$$\log_N Y = \log_N (Ab^{mX})$$

Entonces,

$$\log_N Y = \log_N A + mX \log_N b$$

de donde

$$\log_N \frac{Y}{A} = mX \log_N b$$

y por la definición de logaritmo:

$$Y = AN^{(m \log_N * b)X} \qquad (C.7)$$

De la ecuación (C.6) se obtiene:

$$m \log_N b = \frac{\log_N Y_2 - \log_N Y_1}{X_2 - X_1}$$

Si

$$m' = m \log_N b \qquad (C.8)$$

entonces de (C. 8) y (C. 7) se tiene:

$$Y = AN^{m'x} \qquad (C.9)$$

donde

m' = pendiente de la recta calculada con respecto a la base N.

Como es frecuente utilizar la base $N = 10$, la relación entre X y Y queda finalmente dada por:

$$Y = A\, 10^{m'x} \qquad (C.10)$$

donde

A = ordenada al origen en el papel semilogarítmico.

$$m' = \frac{\log Y_2 - \log Y_1}{X_2 - X_1}$$

Ejemplo:

Encuentre la relación numérica entre las variables ***X*** y ***Y;*** los valores obtenidos para dichas variables se muestran en la tabla C.l.

Tabla C.l.

X	Y
0	2
3	3
8	6
12	10

Solución:

Para encontrar la relación se grafican en papel semilogarítmico los datos de la tabla C.l y se obtiene una línea recta como se muestra en la figura C.3.

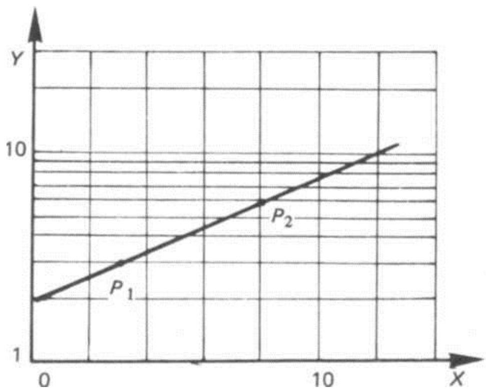


Figura C.3.

Por lo tanto, la relación entre las variables está dada por una ecuación del tipo

$$Y = A\, 10^{m X}$$

donde m' se calcula tomando los puntos P_1 y P_2

$$m' = \frac{\log 6 - \log 3}{8 - 3}$$

$$m' = 0.06$$

y en la gráfica se observa que $A = 2$. Por lo tanto, la relación entre X y Y es igual a:

$$Y = 2(10^{0.06X})$$

Problemas

1. Al realizar un experimento se encontraron los siguientes valores:

v(g)	9.40	7.10	5.35	4.20	2.60	1.95
x(s)	0	0.43	1.25	1.40	2.60	2.90

1.2 Gráfica en papel milimétrico estas variables (y = f(x))

1.3 Gráfica en papel semilogarítmico y = f(x)

1.4 Encuentra la ecuación entre dichas variables a partir del análisis gráfico

2 ¿Cuál es la relación entre las variables que se muestran en la siguiente tabla? Emplea el análisis gráfico para encontrar dicha relación. (Se cree que es del tipo $y = Ae^{mx}$).

x	0	1	1.5	2	2.5	3
v	2.0	5.4	9.0	14.8	24.3	40.2

D

Papel logarítmico

DESCRIPCIÓN

El papel log-log consta de un par de ejes mutuamente perpendiculares cuyas escalas son logarítmicas (figura D.1). Las escalas están graduadas de manera tal que expresan las posiciones relativas de los logaritmos de los números indicados en ella, estando dichos logaritmos en la base del papel. Así, el número 3 en la escala indica la posición del logaritmo del número 3 en la base del papel, el número 10 indica la posición del $\log_b 10$ y así sucesivamente. A las secciones del papel que abarcan del número 1 al 10 se les llama ciclos. El origen del papel logarítmico es el punto marcado como **(**1,1**).** Existen papeles logarítmicos en que un eje tiene *n* ciclos y el otro *m*, con $n \neq m$.

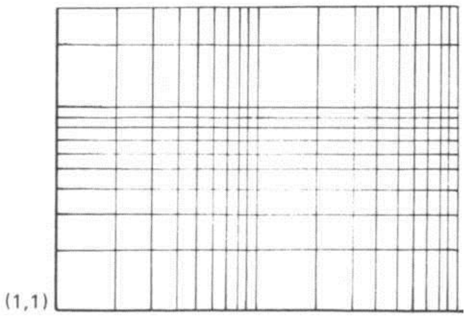


Figura D.l. Papel logarítmico.

USO

El papel logarítmico se utiliza para graficar relaciones dadas por la ecuación $Y = AX^{m}$, pues en él se obtienen directamente los valores de m y de A sin necesidad de hacer numerosos ensayos para ello.

SIGNIFICADO DE UNA RECTA EN PAPEL LOGARÍTMICO

Si un conjunto de valores (X_i, Y_i), al ser localizados en papel logarítmico, producen una línea recta como se muestra en la figura D. 2, entonces para obtener la ecuación de dicha recta se tomarán los puntos

$P_1(\log_b X_1, \log_b Y_1)$ y $P_2(\log_b X_2, \log_b Y_2)$

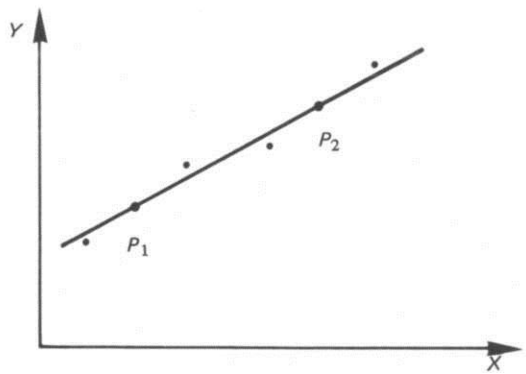


Figura D.2. Línea recta en papel Log-Log.

Entonces la ecuación de la recta se obtiene de: $(\log_b Y -$

$\log_b Y_1) = m(\log_b X - \log_b X_1)$

con

$$m = \frac{\log_b Y_2 - \log_b Y_1}{\log_o X_2 - \log_b X_1} \qquad \text{(D.l)}$$

$$\text{Si} \begin{cases} \log_b Y_1 = \log_b A \\ \log_b X_1 = 0 \end{cases}$$

entonces

$$\log_b Y - \log_b A = m \log_b X$$

$$\log_b \frac{Y}{A} = m \log_b X$$

Por la definición de logaritmo,

$$y = AX^m \qquad \text{(D.2)}$$

donde

A = ordenada al origen en el papel logarítmico, m = pendiente de la recta.

Es decir que si a partir de un conjunto de datos se obtiene una línea recta al graficarlos en papel logarítmico, entonces la relación que existe entre las dos variables X y Y está dada por la ecuación (D.2), estando representadas Y en el eje vertical, y X en el eje horizontal.

Como la pendiente ra está calculada en logaritmos de base b y dado que en general se ignora la base del papel, hay que calcular dicha pendiente utilizando logaritmos de otra base conocida N. Para ello, se recurre a un cambio de la base de logaritmos; o sea que si

$$\log_b Y = \frac{\log_N Y}{\log_N b}$$

entonces

$$m = \frac{\dfrac{\log_N Y_2}{\log_N b} - \dfrac{\log_N Y_1}{\log_N b}}{\dfrac{\log_N X_2}{\log_N b} - \dfrac{\log_N X_1}{\log_N b}}$$

que se reduce a:

$$m = \frac{\log_N Y_2 - \log_N Y_1}{\log_N X_2 - \log_N X_1} \qquad \text{(D.3)}$$

Por lo tanto, la pendiente de una línea recta en el papel logarítmico se obtiene de la ecuación (D.3), donde ***N*** es una base arbitraria (generalmente ***N*** = 10). El valor de la pendiente será siempre el mismo sin importar la base que se elija.

Cuando no sea posible determinar el valor de la ordenada al origen a partir de la gráfica, se deberá tomar un punto (X_0, Y_0) sobre la recta y sustituir los valores de las coordenadas en:

$$Y = AX^{m}$$

y finalmente despejar, A; es decir,

$$A = \frac{Y_0}{X_0{}^m}$$

Ejemplo

Encuentre la relación matemática existente entre las variables *X* y *Y* si los valores obtenidos para dichas variables se muestran en la tabla D.L

Tabla **D**.l.

X	*Y*
1	3
3	5.6
5	7.6
8	10

Solución:

Para encontrar la relación existente entre las dos variables se grafican los datos en papel logarítmico y se obtiene una línea recta como se muestra en la figura D.3.

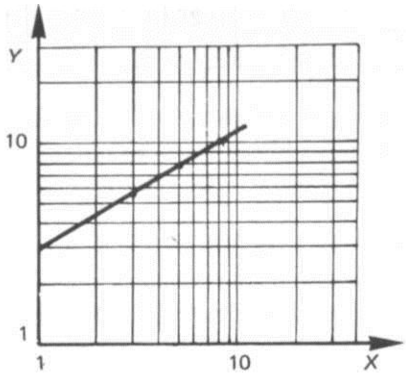


Figura D.3. Gráfica en papel Log-Log.

Por lo tanto, la relación debe estar dada por una ecuación del tipo

$$Y = AX^m$$

donde *m* tiene un valor de:

$$m = \frac{\log Y_2 - \log Y_1}{\log X_2 - \log X_1}$$

$$= \frac{\log 7.6 - \log 5.6}{\log 5 - \log 3}$$

$$= 1.41$$

Por la gráfica se observa que A = 3; por lo tanto, la relación entre X y Y es igual a:

$$Y = 3X^{1.41}$$

Problemas

1. En un experimento en donde se midió el periodo de oscilación (T) y la longitud (L) del péndulo se obtuvieron los siguientes valores:

L(m)	0	0.25	1	2.2	4.0
T(s)	0	1	2	3	4

1.2 Gráfica en papel milimétrico T contra L
1.3 Gráfica en papel logarítmico T contra L
1.4 Encuentra la ecuación que relaciona a las variables

2. Los siguientes valores se obtuvieron al estudiar la caída libre de un martillo en la Luna. Identificar la relación que existe entre el tiempo empleado en la caída libre del martillo y la distancia recorrida.

d(m)	0	0.2	3.3	7.1	12.8	20.1
t(s)	0	1	2	3	4	5

2.1 Grafica en papel milimétrico estos valores.
2.2 Grafica en papel logarítmico estos valores.
2.3 Encuentra la ecuación que relaciona la distancia recorrida con el tiempo empleado en la caída libre.
2.4 Interpreta el significado físico de la constante que aparece en la ecuación que relaciona la distancia recorrida con el tiempo empleado.

E

Método de mínimos cuadrados

Con mucha frecuencia el experimentador recurre a métodos gráficos para encontrar la relación existente entre dos variables. Cuando esta relación es lineal, se enfrenta al problema de ajustar la mejor línea recta por los datos experimentales, pues puede resultar que sea posible adaptar un conjunto de líneas rectas por medio de los mismos. Para resolver este problema el experimentador recurre al empleo del Método de Mínimos Cuadrados y así evita que en la construcción de la línea recta influya su juicio.

Supóngase que como resultado de un experimento se ha obtenido un conjunto N de valores de Y en función de X, es decir que se tiene un conjunto de valores (X_i, Y_i), siendo la incertidumbre prácticamente cero para X_i, no así para Y_i.

Cuando estos valores se grafican aparecen como se muestra en la figura E.l.

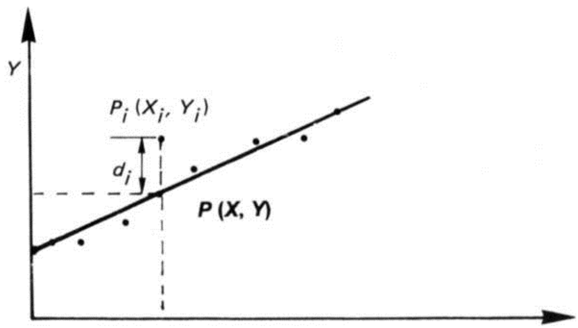


Figura E.l. Desviación *"d_i"* entre los puntos P_i y P.

Aquí se observa que la línea recta puede representar dichos datos, lo que quiere decir que la relación entre las variables es del tipo

$$Y = m X + b \qquad \text{(E.l)}$$

donde

m = pendiente. b — ordenada al origen.

El problema consiste ahora en determinar los mejores valores de m y b, para lo cual hay que considerar lo siguiente:

- En general la mayoría de los puntos (X_i, Y_i) no se encuentran sobre la recta sino ligeramente desviadas de ella, por lo que

  $$Y_i \neq mX_i + b$$

- La desviación "d_i" para el punto P_i (X_i, Y_i) está dada por:

  $$d_i = Y_i - Y \qquad \text{(E.2)}$$

  donde

  $$Y = mX_i + b \qquad \text{(E.3)}$$

  siendo para cada punto igual a:

  $$\begin{aligned} d_1 &= Y_1 — (mX_1 + b) \\ d_2 &= Y_2 — (mX_2 + b) \\ d_n &= Y_n — (mX_n + b) \end{aligned} \qquad \text{(E.4)}$$

- Si dichas desviaciones se suman algebraicamente, algunas podrían anularse entre sí, evitando así al experimentador tener una evaluación más objetiva de los valores de ra y de b.
- El ajuste de la mejor línea recta a los datos experimentales se logra cuando la suma de los cuadrados de las desviaciones d_i es mínima.

De acuerdo con lo antes mencionado, se determinarán los valores de m y de b cuando la desviación sea mínima, o sea cuando

$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \ldots + d_n^2 = M = \text{mínima} \tag{E.5}$$

o, lo que es lo mismo, cuando

$$(Y_1 - mX_1 - b)^2 + (Y_2 - mX_2 - b)^2 + \ldots + (Y_n - mX_n - b)^2 = M = \text{mínima} \tag{E.6}$$

Para ello es necesario que se cumpla con

$$\frac{\partial M}{\partial m} = 0 \tag{E.7}$$

y

$$\frac{\partial M}{\partial b} = 0 \tag{E.8}$$

Así, sustituyendo E.6 en E.7 y E.8 y haciendo las derivadas parciales, se obtiene:

$$\frac{\partial M}{\partial m} = 2\,(Y_1 - mX_1 - b)\,(-X_1) + 2\,(Y_2 - mX_2 - b)\,(-X_2) + \ldots + 2\,(Y_n - mX_n - b)\,(-X_n) = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial b} = 2\,(Y_1 - mX_1 - b)\,(-1) + 2\,(Y_2 - mX_2 - b)\,(-1) + \ldots + 2\,(Y_n - mX_n - b)\,(-1) = 0$$

Simplificando ambas igualdades,

$$X_1(Y_1 - mX_1 - b) + X_2\,(Y_2 - mX_2 - b) + \ldots X_n\,(Y_n - mX_n - b) = 0$$

$$(Y_1 - mX_1 - b) + (Y_2 - mX_2 - b) + \ldots (Y_n - mX_n - b) = 0$$

que en forma de sumatorias quedan:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i\,(Y_i - mX_i - b) = 0 \tag{E.9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - mX_i - b) = 0 \qquad \text{(E.10)}$$

Resolviendo por cualquiera de los métodos conocidos, se obtienen los valores de ra y de *b* :

$$m = \frac{n \, \Sigma \, (X_i \, Y_i) - \Sigma \, X_i \, \Sigma \, Y_i}{n \, \Sigma \, X_i^2 - (\, \Sigma \, X_i)^2} \qquad \text{(E.11)}$$

$$b = \frac{\Sigma X_i^2 \;\; \Sigma X_i - \; \Sigma X_i \;\; \Sigma(X_i \; Y_i)}{n \, \Sigma \, X_i^2 - (\, \Sigma \, X_i)^2} \qquad \text{(E.12)}$$

Si estos valores se sustituyen en la ecuación (E.l) se obtiene la línea recta deseada.

Cuando la línea recta pasa por el origen, es decir del tipo

$$Y = mX \qquad \text{(E.13)}$$

las desviaciones "d_i" en la ecuación (E.6) sólo son función de la variable *m*, por lo que

$$\frac{\partial M}{\partial m} = \sum_{i=1}^{n} X_i \, (Y_i - mX_i) = 0$$

Por lo tanto, el valor de ra es igual a:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i \; Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}$$

Usando este valor en la ecuación E.13 se obtiene la recta buscada.

Ejemplo:

Construir la línea recta que mejor se adapte a los datos de la tabla E.l y hallar la ecuación de dicha recta.

Tabla E.l.

X	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	8	9

Solución:

La ecuación de la recta es del tipo $Y =$

$mX + b$

Para determinar la línea recta que mejor se adapta a dichos datos se aplica el método de mínimos cuadrados, por lo que los valores de b y m se obtienen de:

$$m = \frac{n\ \Sigma X_i\ Y_i - \Sigma X_i\ \ \Sigma Y_i}{n\ \Sigma X_i^2 - (\ \Sigma X_i)^2} \qquad b = \frac{\Sigma X_i^2\ \ \Sigma Y_i - \Sigma X_i\ \ \Sigma (X_i\ Y_i)}{n\ \Sigma X_i^2 - (\ \Sigma X_i)^2}$$

Ordenando el trabajo del cálculo de las sumas en la tabla siguiente: **Tabla**

E.2. Método de mínimos cuadrados.

X	Y	X^2	XY	Y^2
1	1	1	1	1
3	2	9	6	4
4	4	16	16	16
6	4	36	24	16
8	5	64	40	25
9	7	81	63	49
11	8	121	88	64
14	9	196	126	81
$\Sigma X = 56$	$\Sigma Y = 40$	$\Sigma X^2 = 524$	$\Sigma XY = 364$	$\Sigma Y^2 = 256$

Sustituyendo los valores de la tabla E.2 se obtiene

$$m = \frac{8\,(364) - 56\,(40)}{8\,(524) - (56)^2} = \frac{2{,}912 - 2{,}240}{4{,}192 - 3{,}136} = \frac{672}{1{,}056} = 0.636$$

$$b = \frac{524\,(40) - 56\,(364)}{8\,(524) - (56)^2} = \frac{20{,}960 - 20{,}384}{4{,}192 - 3{,}136} = \frac{576}{1{,}056} = 0.545$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta es

$$Y = 0.64X + 0.54$$

Y su representación gráfica se muestra en la siguiente figura E.2.

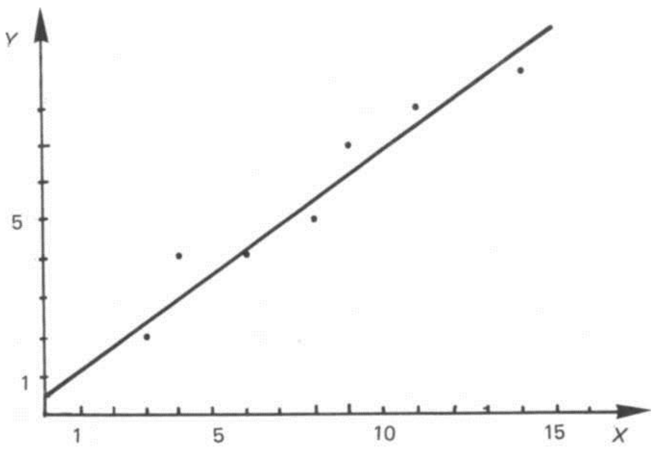


Figura E.2. Mejor línea recta.

Problemas

1. Obtener "y" como una función lineal de "x" utilizando el método de mínimos cuadrados. Los datos de "x" y de "y" se muestran en la siguiente tabla. En papel milimétrico hacer la gráfica

X	1.0	1.6	3.4	4.0
y	1.2	2.0	2.4	3.5

2. Al estudiar el movimiento rectilíneo uniforme en un riel de aire se obtuvieron los datos que se muestran en la siguiente tabla.

d(m)	0	0.80	1.65	2.36	3.22	3.95
t(s)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

2.1 Haz la gráfica en papel milimétrico.

2.2 Mediante el método de mínimos cuadrados encuentra la relación entre d y t

Bibliografía

Baird, D. C. *An Introduction to Measurement Theory and Experiment Design.* Prentice-Hall Inc., Nueva Jersey, 1962.

Brinkworth, B. *J . A n Introduction to Experimentation.* Universities Press Ltd., Londres, 1973.

Bunge, Mario. *La Ciencia, su Método y su Filosofia.* Ed. Siglo Veinte, Buenos Aires, 1973.

Bunge, Mario. *La Investigación Científica.* Ed. Ariel, Buenos Aires, 1972.

Cervo, A. L. y Bervian, P. A. *Metodología Científica.* Ed. McGraw-Hill Book Company, Colombia, 1980. Collet-Hope. *Mediciones en Ingeniería.* Ed. Gustavo Gili. Barcelona, 1976. Creus, Antonio. *Instrumentación Industrial.* Ed. Macarambo, España, 1979. Daish, C. B. y Fender, D. H. *Física Experimental.* Ed. UTEHA, México, 1964. De Gortari, E. *El Método de las Ciencias.* Ed. Grijalbo, México, 1979. De la Vega, L. Carlos. *Un Paso...hacia el Método Científico.* Ed. IPN, México, 1990. Figueroa, E. Juan Manuel. *Análisis estadístico de datos y reporte de incertidumbre.* Reporte Técnico. CENAM, México, 1993. Frank, Ernest. *Análisis de Medidas Eléctricas.* McGraw-Hill Book Company, México, 1969.

Goldemberg, José. *Física General y Experimental.* Editorial Interamericana, Volumen I, México, 1972.

Giamberardino, Vincenzo. *Teoría de los Errores.* Editorial Reverte Venezolana, Caracas, 1986.

González, M. J. Américo y Núñez C. Miguel. *Gráficas y Ecuaciones Empíricas.* Texto programado. Editorial Limusa, México, 1988. Holman, J. P. *Métodos Experimentales para Ingenieros.* Editorial McGraw-Hill Book Company, México, 1977. Iglesias Severo. *Principios del Método Científico.* Verum Factum editores, México, 1976.

Maiztequi, P. Alberto y Gleiser, J. Reinaldo. *Introducción a las Mediciones de Laboratorio.* Editorial Kapeluz Buenos Aires, Argentina, 1980.

Penny, R. K. *The Experimental Method.* Longman Group. Limited, Londres, 1974.

Rabinowicz, Ernest. *An Introduction to Experimentation.* Addison-Wesley Publishing Ce, E.U.A., 1970. Riveros, H. y del Castillo, H. *Introducción al Método Experimental en Física.*
U.N.A.M., México, 1974. Roerder, Juan G. *Mecánica Elemental.* Universitaria de Buenos Aires, Argentina,
1963.
Rosenblueth, Arturo. *El Método Científico.* C.E.I.A., I.P.N., México, 1969. Schenck, Hilbert. *Theories of Engineeñng.* McGraw-Hill Book Company, E.U.A., 1968.
Spiridonov, V.P. y Lopotakin, A. A. *Tratamiento Matemático de Datos Físico-Químicos.* Editorial Mir, Moscú, 1973.
Squires, G. L. *Física Práctica.* McGraw-Hill Book Company, México, 1972.
Topping, J. *Errors of Observation and their Treatment.* Chapman and Hall Ltd., Londres, 1972.
Young, Hugh D. *Statistical Treatment of Experimental Data.* McGraw-Hill Book Company, E.U.A., 1962. Yurén Camarena, M. T. *Leyes, Teorías y Modelos.* Editorial Trillas, México, 1980. Zebrowski, Ernest. *Fundamentáis of Physical Measurement.* Duxbury Press, E.U.A.,
1979.